5

جامعة البعث	الفصل الأول ٢٠١٣/٢٠١٤	المقرر ميكانيك٢
كلية العلوم	سنة ثالثة رياضيات	المدة :ساعتان

أجب عن الأسئلة التالية :

[34] س١: أثبت صحة ما يلي :

أ- إنّ حركة المجموعة المادية المتماسكة S تكافئ $\underset{\overrightarrow{AB}}{pro}\,\overrightarrow{V}(A) = \underset{\overrightarrow{AB}}{pro}\,\overrightarrow{V}(B),\ \forall A,B \in S$.

ب- إنّ الحركة الإنسحابية لمجموعة مادية متماسكة S تكافئ $\overrightarrow{V}(A)=\overrightarrow{V}(B),\ \forall A,B \in S$.

ت- إنّ الحركة الانسحابية لمجموعة مادية متماسكة S تؤدي إلى $\overrightarrow{\Gamma}(A)=\overrightarrow{\Gamma}(B),\ \forall A, B\in S$.

ث- إنّ تحقق العلاقة التالية $\overrightarrow{\Gamma}(A)=\overrightarrow{\Gamma}(B),\ \forall A, B\in S$ لا يؤدي بالضرورة إلى كون المجموعة المادية S متماسكة و حركتها انسحابية .

[29] س٢ - اذا كان الجسم الصلب S متجانساً، كثافته ρ وله شكل المجسم الناقصي : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\leq 1$ حيث $a>b>c$ ،
فالمطلوب : أولاً - أوجد I_O بأسهل طريقة حيث O مبدأ جملة المقارنة OXYZ المتماسكة مع المجسم الناقصي
ثانياً – اذا كانت $A(-a,0,0)$ فأوجد I_A مستفيداً من نتيجة الطلب الأول .

متجانس

[8] س٣-إذا كان الجسم الصلب S كثافته ρ وله شكل صفيحة مستطيلة طولها 2a وعرضها a نسبنا S الى جملة مقارنة OXYZ نظامية ومتماسكة معه ، حيث O منتصف طول الصفيحة و OY ينطبق على استقامة الطول و OX محور تناظرها الموازي لعرضها ، فالمطلوب : أثبت أنّ ZO محور التناظر الديناميكي للصفيحة ، وهل يبقى كذلك إذا كان طول الصفيحة $b \neq 2a$ وعرضها a ، علل السبب !

[29] س٤ – إذا كان للجسم الصلب S شكل كرة تتحرك في الفضاء، علماً أن O نقطة ثابتة من سطحها ، فالمطلوب :

أولاً : عين الوسطاء المستقلة الكافية لتعين موضع الكرة موضحاً ذلك بالرسم المناسب .

ثانياً : إذا كانت الكرة تحقق الشروط السابقة وإضافة لذلك فرضنا على قطر محدد من أقطارها أن يبقى موازياً للمستوي الأفقي أثناء حركتها ، فالمطلوب :

أ- عين الوسطاء المستقلة الكافية لتعين موضع الكرة في الفضاء موضحاً ذلك بالرسم المناسب

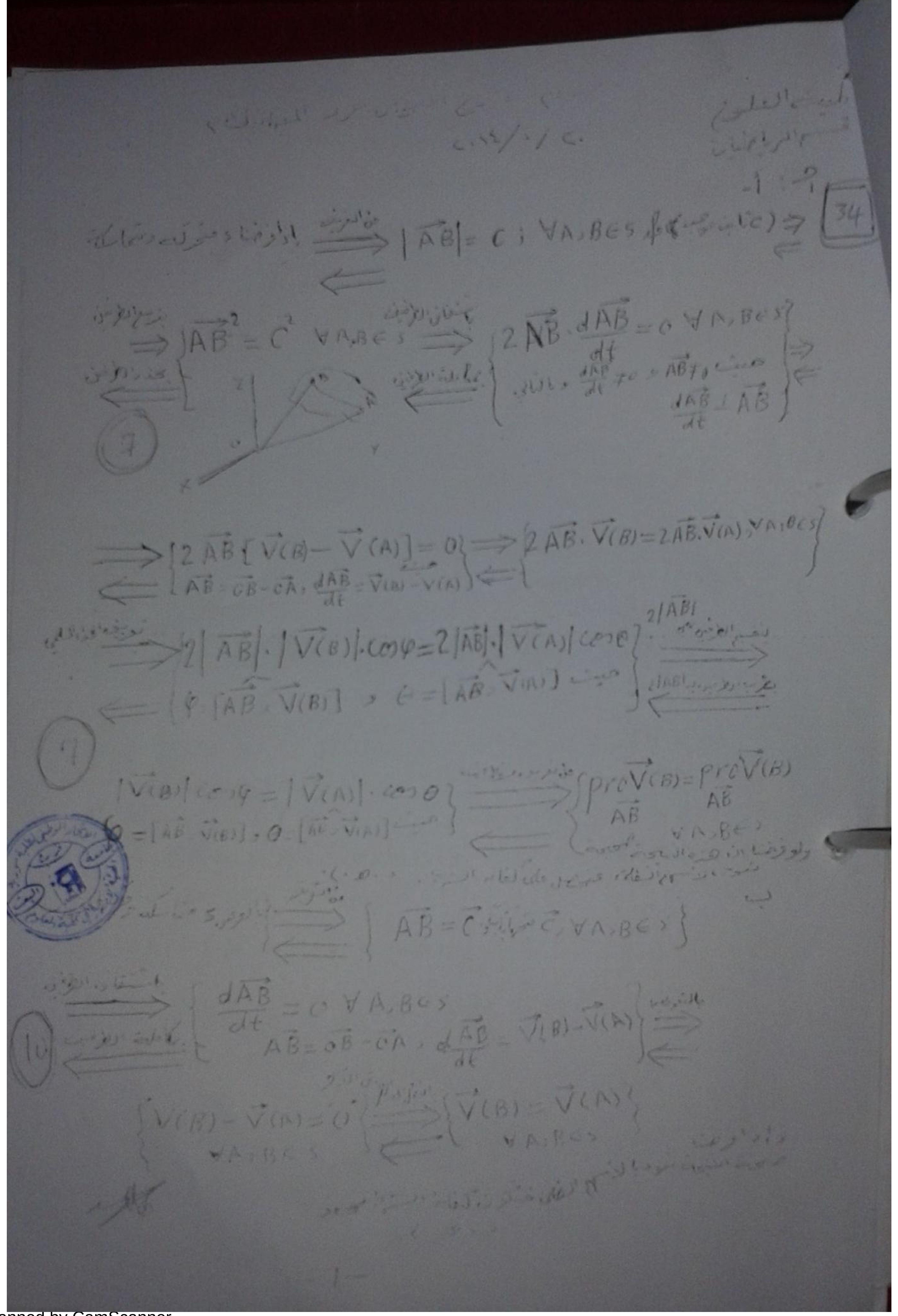
ب- أوجد (p, q, r) و (p_1, q_1, r_1) بدلالة الوسطاء المستقلة .

ج – أوجد سطح مخروط القاعدة ومحور تناظره وسطح مخروط المتدحرج ومحور تناظره

انتهت الأسئلة

حمص في ٢٠/١/٢٠١٤

مدرس المقرر : د. كامل محمد



34

ج 1 : 1-

$\Rightarrow |\vec{AB}| = C \; ; \; \forall A, B \in S$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}^2 = C^2 \quad \forall A, B \in S \Rightarrow \left\{ 2\vec{AB} \cdot \frac{d\vec{AB}}{dt} = 0 \quad \forall A, B \in S \right\}$

حيث $\vec{AB} \neq 0$ ، $\frac{d\vec{AB}}{dt} \neq 0$

$\frac{d\vec{AB}}{dt} \perp \vec{AB}$

7

$\Rightarrow \left\{ 2\vec{AB}\,[\vec{V}(B) - \vec{V}(A)] = 0 \right.$; $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$, $\frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A) \Rightarrow \left\{ 2\vec{AB} \cdot \vec{V}(B) = 2\vec{AB} \cdot \vec{V}(A) \; ; \; \forall A, B \in S \right\}$

$\Rightarrow \left\{ 2|\vec{AB}| \cdot |\vec{V}(B)| \cdot \cos\varphi = 2|\vec{AB}| \cdot |\vec{V}(A)| \cos\theta \right.$

حيث $\varphi = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(B)}]$, $\theta = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(A)}]$ $\Big\}$ $\xrightarrow{\div 2|\vec{AB}|}$

9

$|\vec{V}(B)| \cos\varphi = |\vec{V}(A)| \cdot \cos\theta$

حيث $\varphi = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(B)}]$, $\theta = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(A)}]$ $\Big\}$ $\Rightarrow \left\{ \underset{\vec{AB}}{proj}\,\vec{V}(B) = \underset{\vec{AB}}{proj}\,\vec{V}(A) \quad \forall A, B \in S \right.$

ب

$\Rightarrow \left\{ \vec{AB} = \vec{C} \; , \; \forall A, B \in S \right\}$

10

$\Rightarrow \left\{ \frac{d\vec{AB}}{dt} = 0 \quad \forall A, B \in S \right.$; $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$, $\frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A) \Big\}$

$\left\{ \vec{V}(B) - \vec{V}(A) = 0 \quad \forall A, B \in S \right\} \Rightarrow \left\{ \vec{V}(B) = \vec{V}(A) \quad \forall A, B \in S \right\}$

ث - الزوكـ مجموعة مادية متماسكة وحركتها انسحابية

الطلب: $\vec{\Gamma}(A) = \vec{\Gamma}(B) \ \forall A, B \in S$

الإثبات: حسب النظرية المميزة للحركة الانسحابية: كل مجموعة مادية متماسكة وحركتها انسحابية (الفرض) $\Rightarrow$ $\vec{V}(A) = \vec{V}(B) \ \forall A, B \in S$

(4)

وباشتقاق الطرفين نجد:

$\vec{\Gamma}(A) = \vec{\Gamma}(B) \ \forall A, B \in S$

ه . ط . ث

ث - الفرض: $\vec{\Gamma}(A) = \vec{\Gamma}(B) \ \forall A, B \in S$ وحركتها انسحابية

الطلب: ليس بالضرورة أن تكون S متماسكة

الإثبات:

{من الفرض} $\vec{\Gamma}(A) = \vec{\Gamma}(B) \ \forall A, B \in S \xRightarrow[\text{الطرفين}]{\text{نكامل}} \vec{V}(A) = \vec{V}(B) + \vec{a}$; a ثابت تكامل

نجد أن الحركة ليست انسحابية بشكل عام (حيث يجب أن تكون $\vec{V}(A) = \vec{V}(B) \ \forall A, B \in S$).

(6)

نكامل مرة أخرى الطرفين:

$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{a}\cdot t + \vec{b} \Rightarrow \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{a}t + \vec{b}$

$\vec{BA} = \vec{a}t + \vec{b} \Rightarrow |\vec{BA}| = |\vec{a}t + \vec{b}| \neq const \ \forall A, B \in S$

إذاً فالمجموعة S ليست متماسكة بشكل عام. ه . ط . ث

$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \leq 1$; $\frac{x}{a} = x_1$, $\frac{y}{b} = y_1$, $\frac{z}{c} = z_1$

(12) $ds = abc\,dx_1 dy_1 dz_1 = abc\,ds_1$

ج: إجراء التحويل إلى كرة الواحد

إجراء الانتقال من الإحداثيات الديكارتية إلى الكروية. [29]

$x_1 = r\sin\theta\cos\varphi$

$y_1 = r\sin\theta\sin\varphi$, $z_1 = r\cos\theta$, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$ds = abc\,ds_1 = a\cdot bc|J|dr\,d\varphi\,d\theta = a\cdot b\cdot c\cdot r^2 dr\cdot\sin\theta d\theta\cdot d\varphi$; $|J| = r^2\sin\theta$

$I_{xy} = \rho\int_s z^2 ds = \rho abc^3 \int_{s_1} z_1^2 ds_1 =$

$= \rho abc^3 \int_0^1 r^4 dr \int_0^\pi \cos^2\theta(-1)d(\cos\theta) \int_0^{2\pi} d\varphi = -\rho abc^3 \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^1 \cdot \left[\frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^\pi \cdot [\varphi]_0^{2\pi}$

$= -\rho a\cdot b\cdot c^3 \cdot \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)\cdot 2\pi = \left(\rho abc\frac{4\pi}{3}\right)\frac{c^2}{5} = \frac{m}{5}c^2$; $S = \frac{4\pi}{3}abc$

(12)

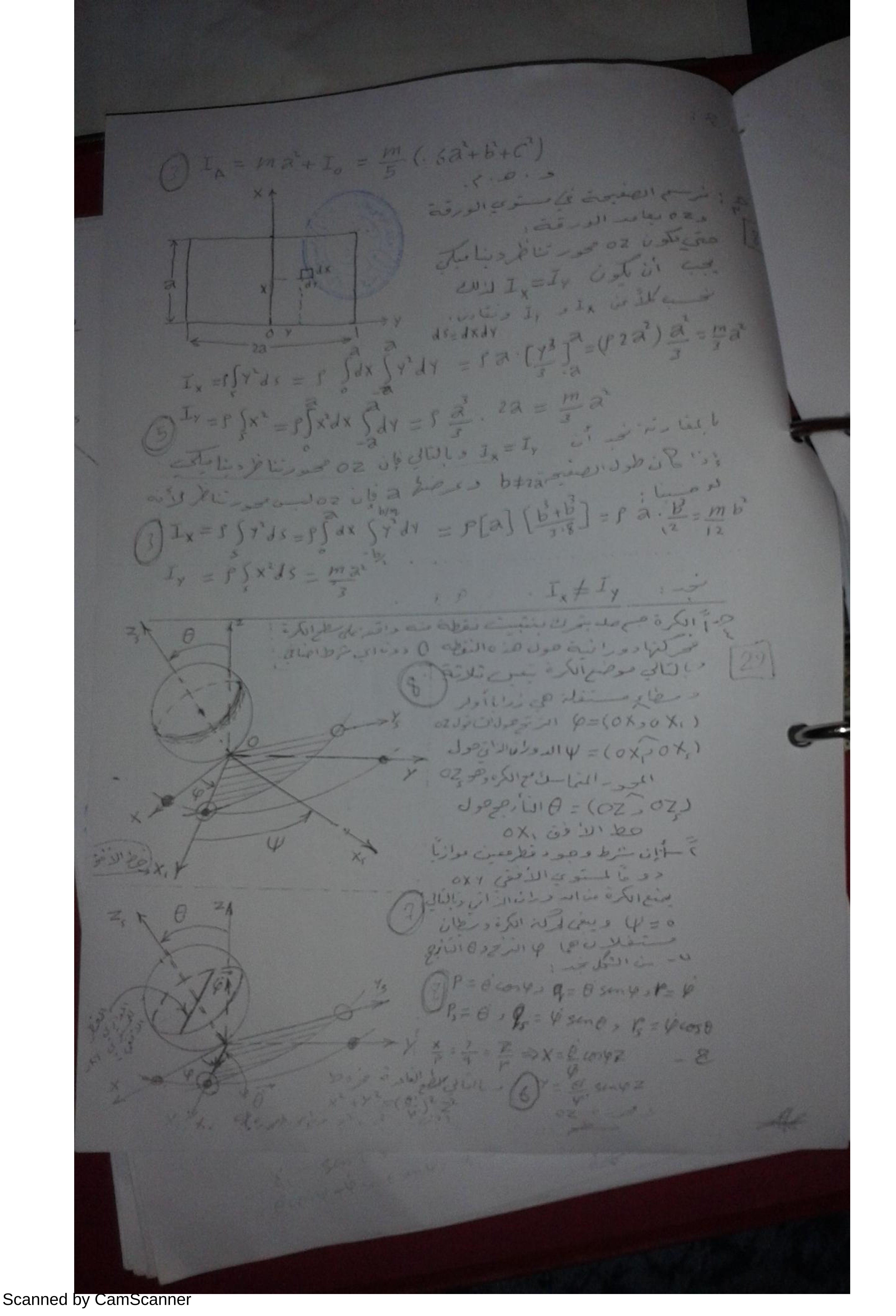
وبسهولة نجد أن $\int_{s_1} z_1^2 ds_1 = \int_{s_1} y_1^2 ds_1 = \int_{s_1} x_1^2 ds_1 = \frac{4\pi}{15}$ لأن oz_1, oy_1, ox_1 محاور تناظر للكرة.

$I_{yz} = \rho\int_s x^2 ds = \rho a^3 \cdot bc \int_{s_1} x_1^2 ds_1 = \rho(a^3\cdot b\cdot c)\frac{4\pi}{15} = \frac{m}{5}a^2$ وبالتالي:

$I_{zx} = \rho\int_s y^2 ds = \rho ab^3 c\int_{s_1} y_1^2 ds_1 = \rho(ab^3 c)\frac{4\pi}{15} = \frac{m}{5}b^2$

$I_o = I_{yz} + I_{zx} + I_{xy} = \frac{m}{5}(a^2 + b^2 + c^2)$

وهو المطلوب



(3) $I_A = ma^2 + I_o = \frac{m}{5}(6a^2+b^2+c^2)$

ج.2.3.هـ

ج: نرسم الصفيحة في مستوي الورقة و oz يعامد الورقة:
حتى يكون oz محور تناظر ديناميكي يجب أن يكون $I_x = I_y$ لذلك نحسب كلا من I_x و I_y ونقارن.

$ds = dx\,dy$

$I_x = \rho\int_s y^2 ds = \rho\int_0^a dx\int_{-a}^{a} y^2 dy = \rho a\cdot\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-a}^{a} = (\rho 2a^2)\frac{a^2}{3} = \frac{m}{3}a^2$

(5) $I_y = \rho\int_s x^2 = \rho\int_0^a x^2 dx\int_{-a}^{a} dy = \rho\frac{a^3}{3}\cdot 2a = \frac{m}{3}a^2$

بالمقارنة نجد أن $I_x = I_y$ وبالتالي فإن oz محور تناظر ديناميكي
إذا كان طول الصفيحة $b \neq 2a$ وعرضها a فإن oz ليس محور تناظر لأنه لو حسبنا:

(3) $I_x = \rho\int_s y^2 ds = \rho\int_0^a dx\int_{-b/2}^{b/2} y^2 dy = \rho[a]\left[\frac{b^3+b^3}{3\cdot 8}\right] = \rho a\cdot\frac{b^3}{12} = \frac{m}{12}b^2$

$I_y = \rho\int_s x^2 ds = \frac{m}{3}a^2$

نجد: $I_x \neq I_y$

ج4- أ- الكرة هي صلب يتحرك بتثبيت نقطة منه واقعة على سطح الكرة فحركتها دورانية حول هذه النقطة O ودوران حر وبالتالي موضع الكرة يعين بثلاثة وسطاء مستقلة هي زوايا أولر (8)
$\varphi = (OX, OX_1)$ الترنح حول oz
$\psi = (OX_1, OX_s)$ الدوران الذاتي حول المحور المماس مع الكرة وهو OZ_s
$\theta = (OZ, OZ_s)$ التأرجح حول خط الأفق OX_1

ب- إن شرط وجود قطرين موازيا دوما لمستوي الأفقي OXY يمنع الكرة من الدوران الذاتي وبالتالي $\psi = 0$ ويعين حركة الكرة وسيطان مستقلان هما φ الترنح و θ التأرجح (7)
ت- من الشكل نجد:

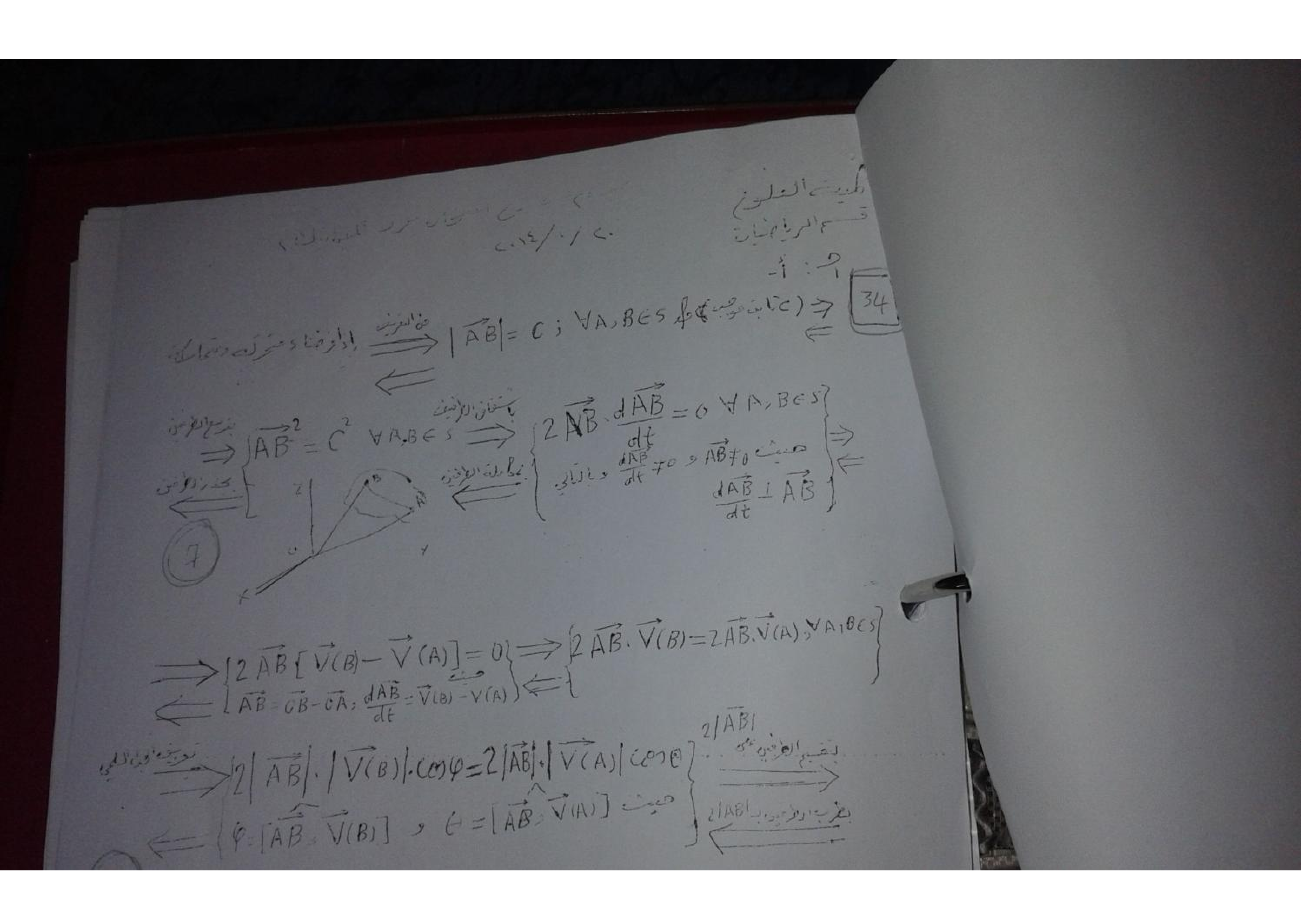
(8) $p = \dot\theta\cos\varphi$, $q = \dot\theta\sin\varphi$, $r = \dot\varphi$
$p_s = \dot\theta$, $q_s = \dot\varphi\sin\theta$, $r_s = \dot\varphi\cos\theta$

ج- $\frac{x}{p} = \frac{y}{q} = \frac{z}{r} \Rightarrow x = \frac{\dot\theta}{\dot\varphi}\cos\varphi z$

(6) $y = \frac{\dot\theta}{\dot\varphi}\sin\varphi z$

وبالتالي السطح العام مخروط $x^2+y^2 = \left(\frac{\dot\theta}{\dot\varphi}\right)^2 z^2$

29


كلية العلوم
قسم الرياضيات

٢٠١٤/١/٢٠

ج ١ : أ -

34

$|\overrightarrow{AB}| = C \; ; \; \forall A, B \in S$ (C ثابت موجب) $\Leftrightarrow$ إذا وفقط إذا كان جسم متماسك

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}^2 = C^2 \quad \forall A,B \in S \Leftrightarrow \left\{ 2\overrightarrow{AB}\cdot\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = 0 \quad \forall A,B \in S \right\}$

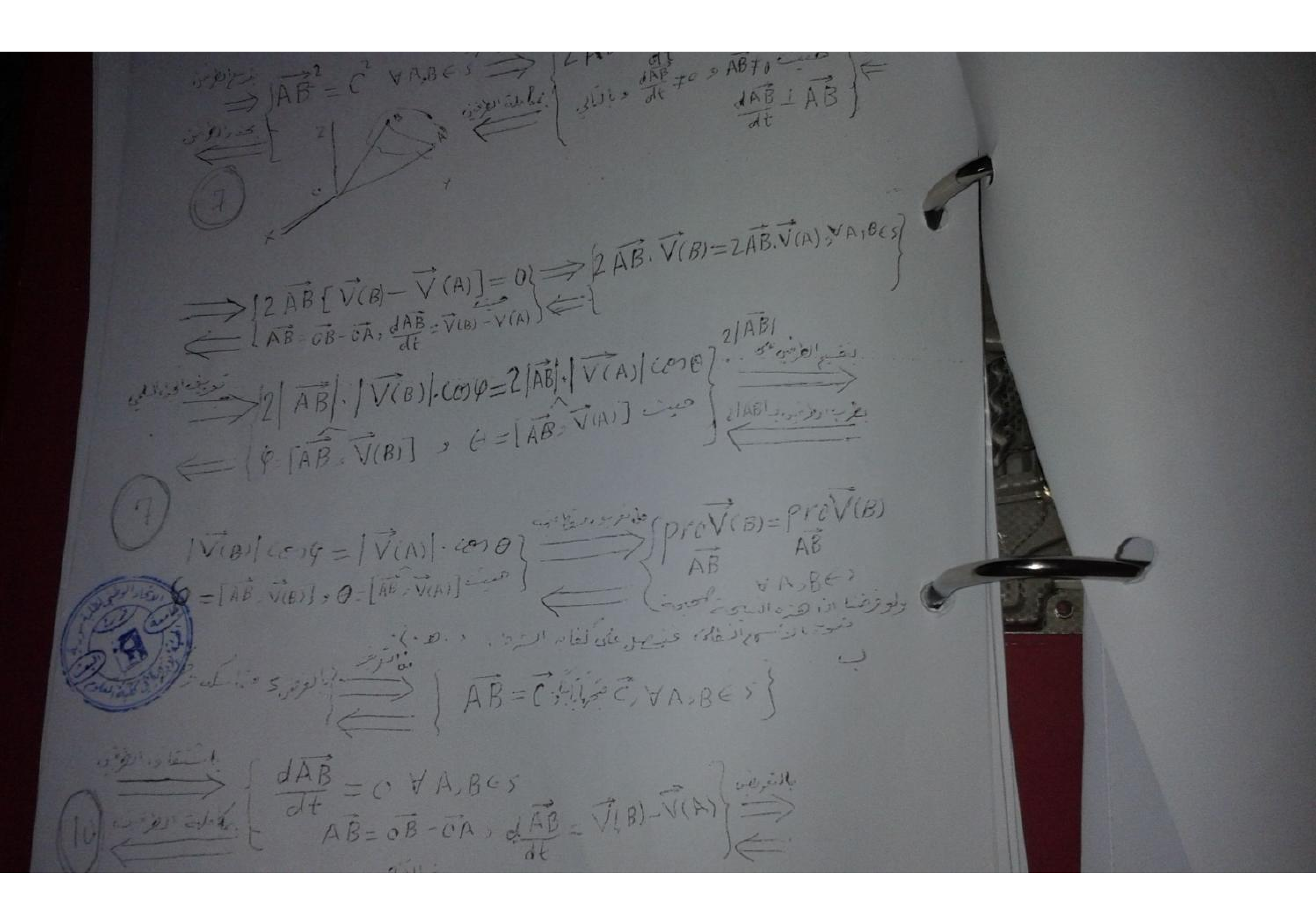
حيث $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \neq 0$ و $\overrightarrow{AB} \neq 0$ وبالتالي $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \perp \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \left\{ 2\overrightarrow{AB}[\vec{V}(B) - \vec{V}(A)] = 0 \right\}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$; $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A)$ $\Leftrightarrow \left\{ 2\overrightarrow{AB}\cdot\vec{V}(B) = 2\overrightarrow{AB}\cdot\vec{V}(A) \; ; \; \forall A,B \in S \right\}$

$\Leftrightarrow \left\{ 2|\overrightarrow{AB}|\cdot|\vec{V}(B)|\cdot\cos\varphi = 2|\overrightarrow{AB}|\cdot|\vec{V}(A)|\cos\theta \right\}$

حيث $\varphi = [\widehat{\overrightarrow{AB}, \vec{V}(B)}]$ و $\theta = [\widehat{\overrightarrow{AB}, \vec{V}(A)}]$

$2|\overrightarrow{AB}|$



$$\Rightarrow |\vec{AB}|^2 = C^2 \quad \forall A,B \in S \Longrightarrow$$

$$\frac{d\vec{AB}}{dt} \perp \vec{AB}$$

$$\Longrightarrow 2\vec{AB}\cdot\vec{V}(B) = 2\vec{AB}\cdot\vec{V}(A) \; ; \forall A,B \in S$$

$$\Longrightarrow 2\vec{AB}[\vec{V}(B) - \vec{V}(A)] = 0$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} \; ; \; \frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A)$$

$$\Longrightarrow 2|\vec{AB}|\cdot|\vec{V}(B)|\cdot\cos\varphi = 2|\vec{AB}|\cdot|\vec{V}(A)|\cos\theta$$

$$\varphi = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(B)}] \; , \; \theta = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(A)}]$$

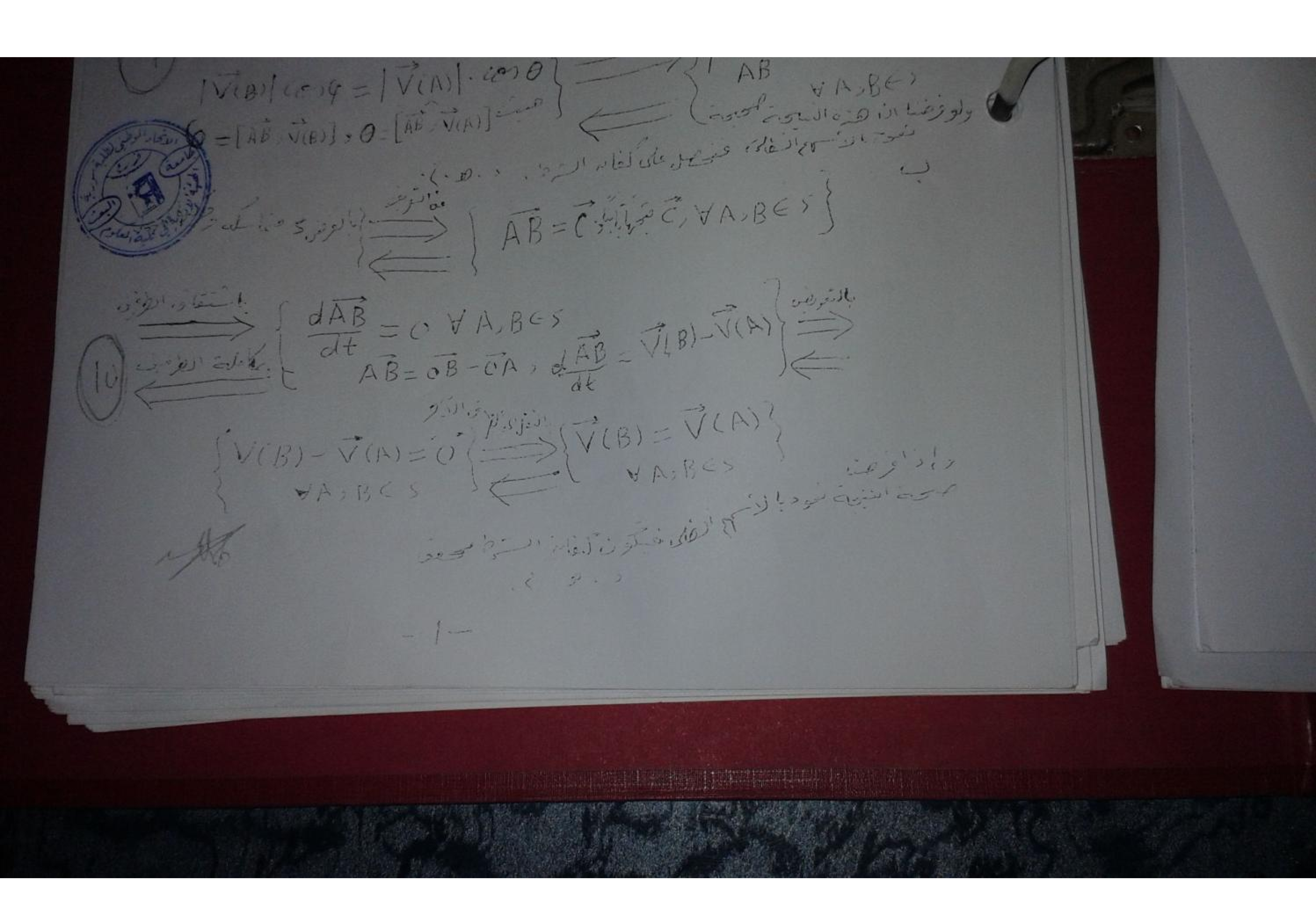
$$|\vec{V}(B)|\cos\varphi = |\vec{V}(A)|\cdot\cos\theta \Longrightarrow \mathrm{pro}_{\vec{AB}}\vec{V}(B) = \mathrm{pro}_{\vec{AB}}\vec{V}(A) \quad \forall A,B \in S$$

$$\varphi = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(B)}] \; , \; \theta = [\widehat{\vec{AB}, \vec{V}(A)}]$$

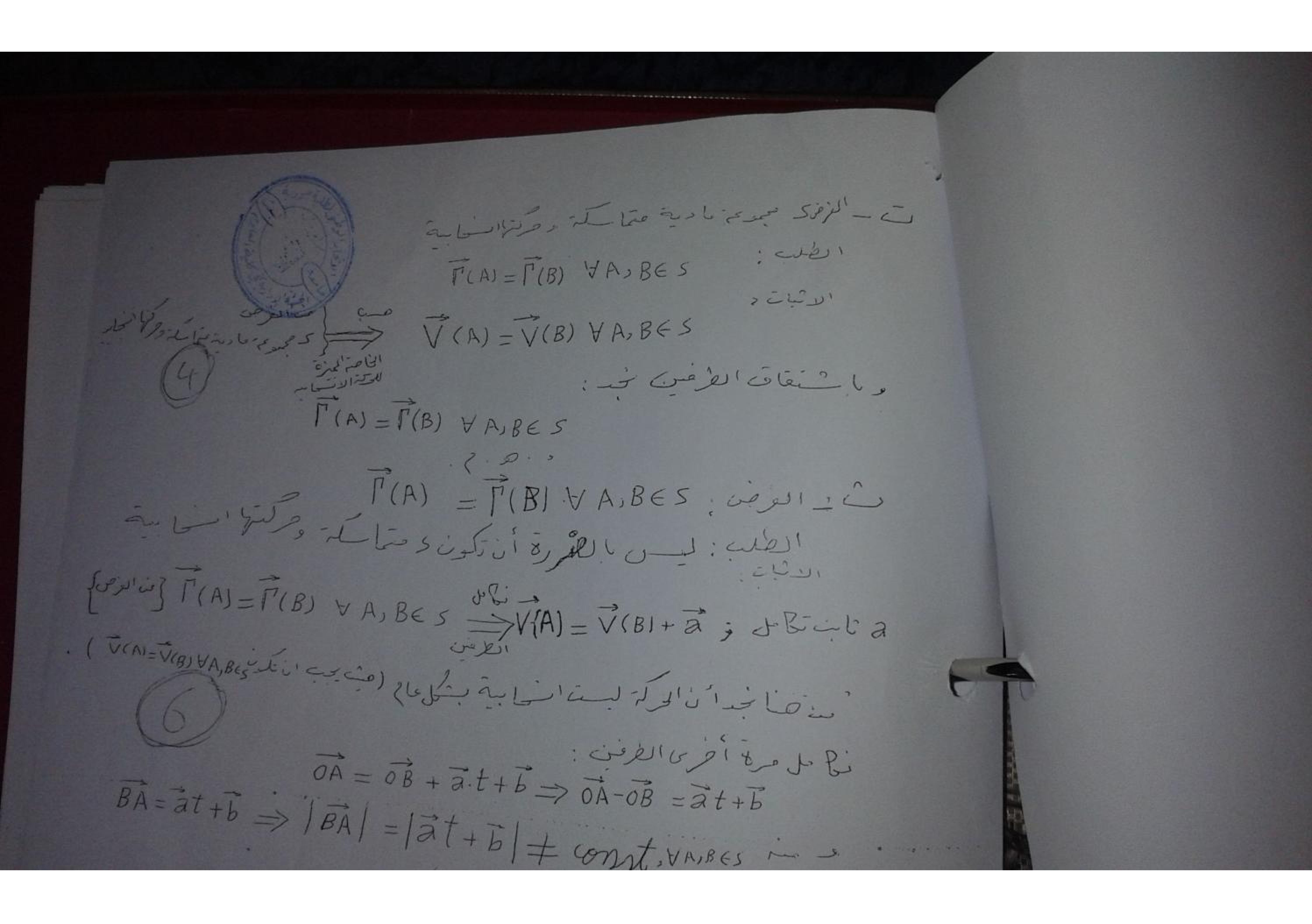
$$\Longrightarrow \vec{AB} = \vec{C} \quad \forall A,B \in S$$

$$\Longrightarrow \frac{d\vec{AB}}{dt} = 0 \quad \forall A,B \in S$$

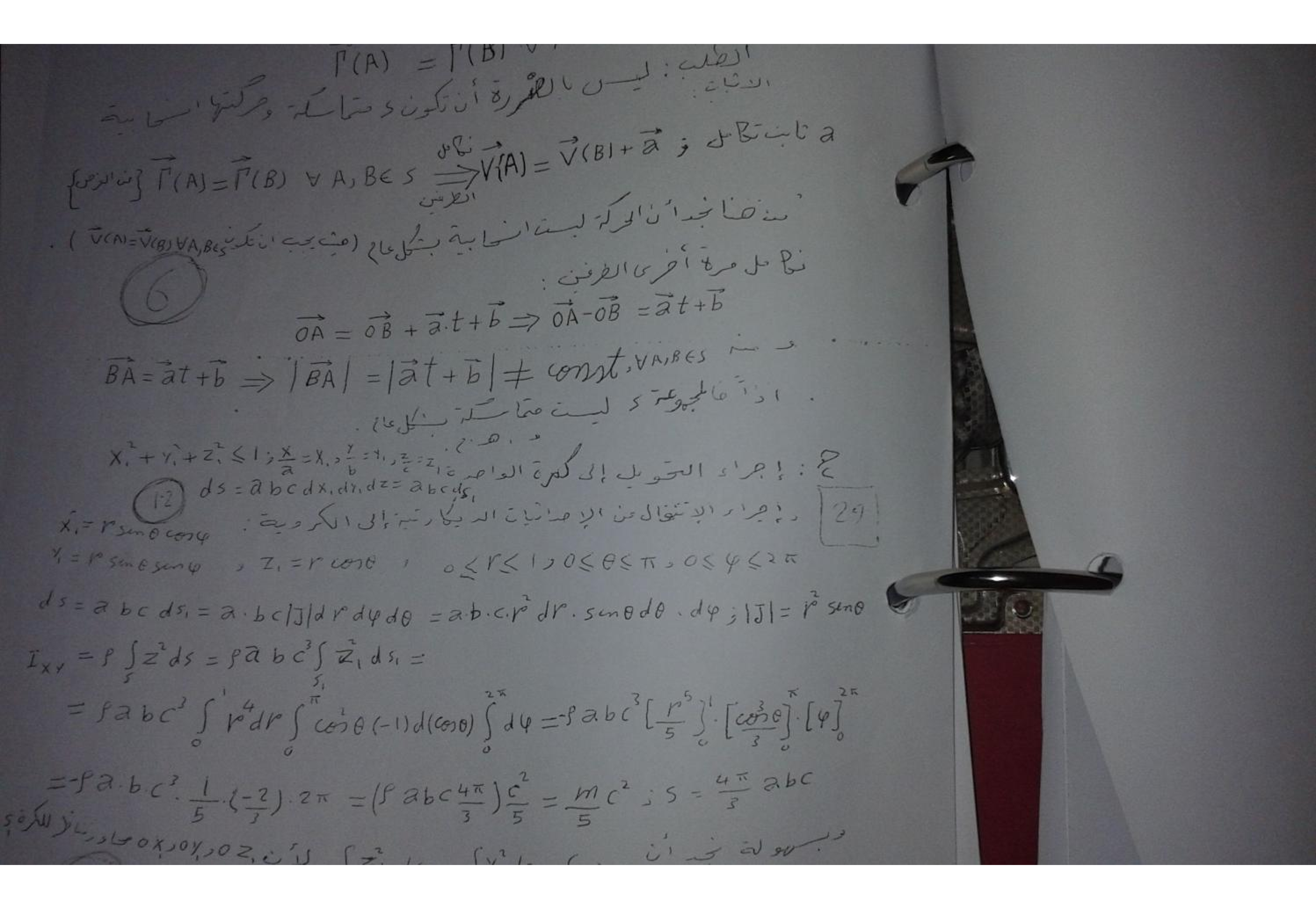
$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} \; , \; \frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A)$$



$|\vec{V}(B)|\cos\varphi = |\vec{V}(A)|\cdot\cos\theta$
$\varphi = [\vec{AB}, \vec{V}(B)]$, $\theta = [\vec{AB}, \vec{V}(A)]$
$\forall A, B \in S$
$\vec{AB} = \vec{C}$, $\forall A, B \in S$
$\frac{d\vec{AB}}{dt} = 0$ $\forall A, B \in S$
$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$, $\frac{d\vec{AB}}{dt} = \vec{V}(B) - \vec{V}(A)$
$\vec{V}(B) - \vec{V}(A) = \vec{0}$ $\forall A, B \in S$
$\vec{V}(B) = \vec{V}(A)$ $\forall A, B \in S$
- 1 -



Scanned by CamScanner



$\Gamma(A) = \Gamma(B)$

المطلوب: الإثبات: ليس بالضرورة أن تكون S متماسكة وحركتها انسحابية

a ثابت تكامل و

$\{$نشتق بالنسبة للزمن$\}$ $\vec{\Gamma}(A) = \vec{\Gamma}(B) \quad \forall A, B \in S \underset{\text{الطرفين}}{\overset{\text{نكامل}}{\Longrightarrow}} \vec{V}(A) = \vec{V}(B) + \vec{a}$

ومنه نجد أن الحركة ليست انسحابية بشكل عام (حيث يجب أن تكون $\vec{V}(A) = \vec{V}(B) \; \forall A, B \in S$).

نكامل مرة أخرى الطرفين:

(6)

$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{a} \cdot t + \vec{b} \Rightarrow \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{a}t + \vec{b}$

$\vec{BA} = \vec{a}t + \vec{b} \Rightarrow |\vec{BA}| = |\vec{a}t + \vec{b}| \neq const, \forall A, B \in S$

إذاً فالمجموعة S ليست متماسكة بشكل عام.

ه. ط. ح.

ح: إجراء التحويل إلى كرة الواحدة: $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \leq 1$; $\frac{x}{a} = x_1$, $\frac{y}{b} = y_1$, $\frac{z}{c} = z_1$

(12) $ds = abc\, dx_1 dy_1 dz = abc\, ds_1$

2) إجراء الانتقال من الإحداثيات الديكارتية إلى الكروية: $x_1 = r \sin\theta \cos\varphi$

(29)

$y_1 = r \sin\theta \sin\varphi$, $z_1 = r\cos\theta$, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

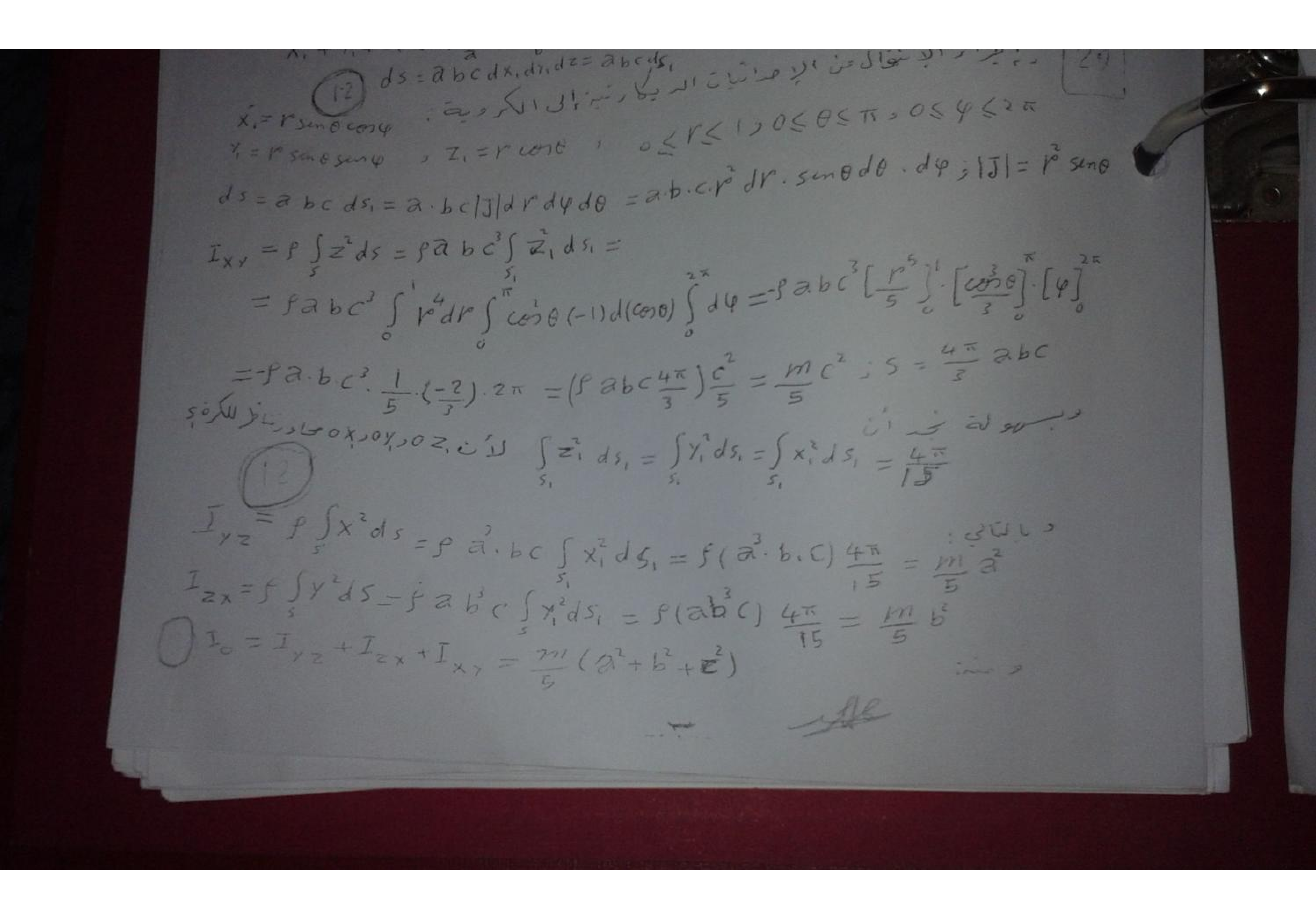
$ds = abc\, ds_1 = a \cdot bc|J|\, dr\, d\varphi\, d\theta = a \cdot b \cdot c \cdot r^2 dr \cdot \sin\theta d\theta \cdot d\varphi$; $|J| = r^2 \sin\theta$

$I_{xy} = \rho \int_S z^2 ds = \rho a b c^3 \int_{S_1} z_1^2 ds_1 =$

$= \rho a b c^3 \int_0^1 r^4 dr \int_0^\pi \cos^2\theta (-1) d(\cos\theta) \int_0^{2\pi} d\varphi = -\rho a b c^3 \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^1 \cdot \left[\frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^\pi \cdot [\varphi]_0^{2\pi}$

$= -\rho a \cdot b \cdot c^3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot 2\pi = \left(\rho abc \frac{4\pi}{3}\right) \frac{c^2}{5} = \frac{m}{5} c^2$; $S = \frac{4\pi}{3} abc$

وبسهولة نجد أن ... لأن oz, oy, ox محاور تناظر للكرة ...



ونتحول من الإحداثيات الديكارتية إلى الكروية: $ds = abc\,dx_1 dy_1 dz_1 = abc\,ds_1$

$x_1 = r\sin\theta\cos\varphi$

$y_1 = r\sin\theta\sin\varphi \;,\; z_1 = r\cos\theta \;,\; 0 \le r \le 1 \;,\; 0 \le \theta \le \pi \;,\; 0 \le \varphi \le 2\pi$

$ds = abc\,ds_1 = a \cdot bc|J|\,dr\,d\varphi\,d\theta = a \cdot b \cdot c \cdot r^2 dr \cdot \sin\theta\,d\theta \cdot d\varphi \;;\; |J| = r^2 \sin\theta$

$I_{xy} = \rho \int_S z^2 ds = \rho a b c^3 \int_{S_1} z_1^2 ds_1 =$

$= \rho a b c^3 \int_0^1 r^4 dr \int_0^\pi \cos^2\theta (-1) d(\cos\theta) \int_0^{2\pi} d\varphi = -\rho a b c^3 \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^1 \cdot \left[\frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^\pi \cdot [\varphi]_0^{2\pi}$

$= -\rho a \cdot b c^3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot 2\pi = \left(\rho\, abc \frac{4\pi}{3}\right) \frac{c^2}{5} = \frac{m}{5} c^2 \;;\; S = \frac{4\pi}{3} abc$

وبسهولة نجد أن $\int_{S_1} z_1^2 ds_1 = \int_{S_1} y_1^2 ds_1 = \int_{S_1} x_1^2 ds_1 = \frac{4\pi}{15}$ لأن oz_1, oy_1, ox_1 محاور تناظر للكرة

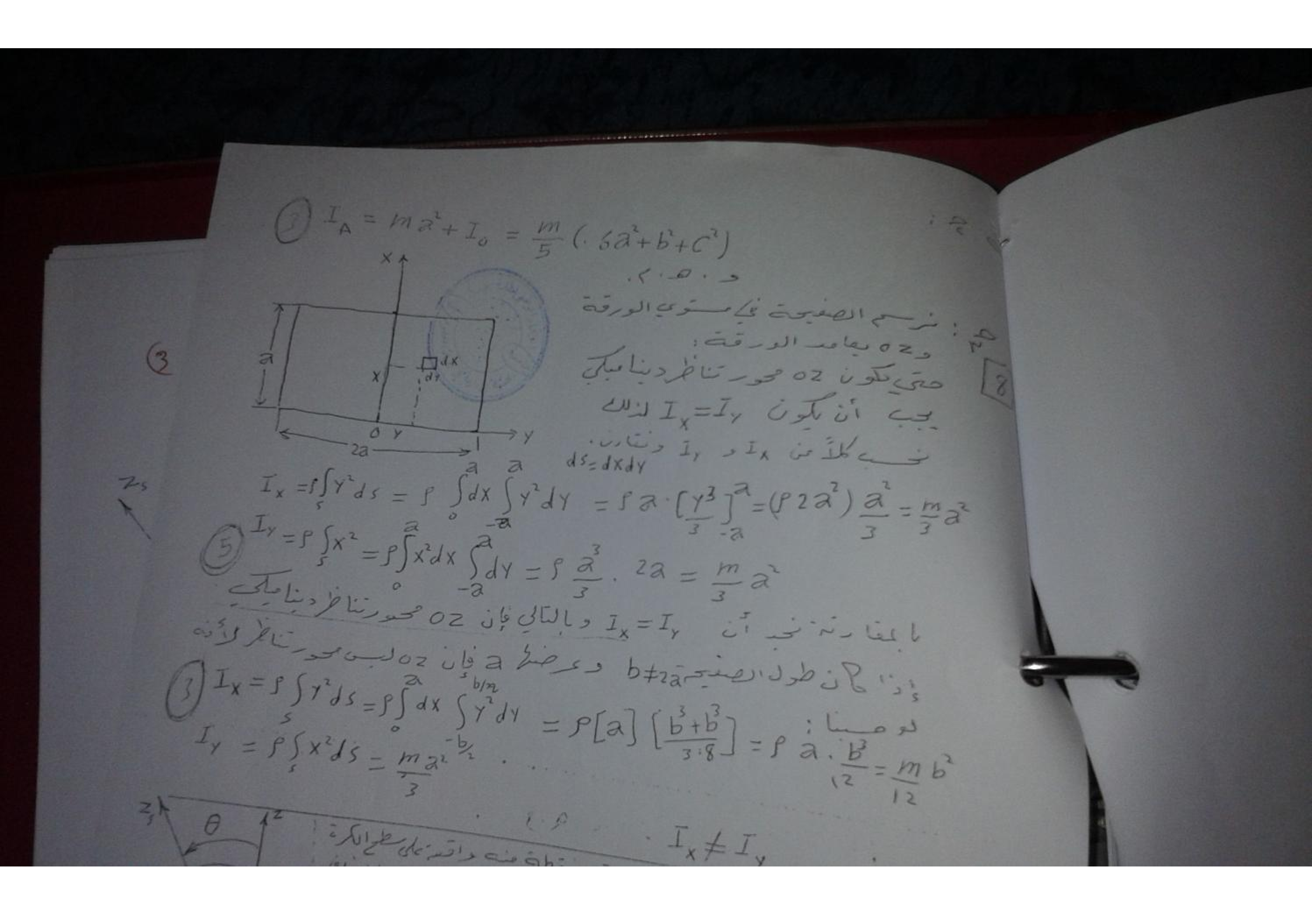
وبالتالي:

$I_{yz} = \rho \int_S x^2 ds = \rho a^3 \cdot bc \int_{S_1} x_1^2 ds_1 = \rho (a^3 \cdot b \cdot c) \frac{4\pi}{15} = \frac{m}{5} a^2$

$I_{zx} = \rho \int_S y^2 ds = \rho a b^3 c \int_S y_1^2 ds_1 = \rho (ab^3 c) \frac{4\pi}{15} = \frac{m}{5} b^2$

ومنه:

$I_o = I_{yz} + I_{zx} + I_{xy} = \frac{m}{5}(a^2 + b^2 + c^2)$



(2) $I_A = ma^2 + I_o = \frac{m}{5}(6a^2+b^2+c^2)$

و . هـ . م .

ج3: نرسم الصفيحة في مستوي الورقة
و oz يعامد الورقة:
حتى يكون oz محور تناظر ديناميكي
يجب أن يكون $I_x = I_y$ لذلك
نحسب كلاً من I_x و I_y ونقارن.

$ds = dx\,dy$

$I_x = \rho\int_s y^2 ds = \rho \int_0^a dx \int_{-a}^{a} y^2 dy = \rho a \cdot \left[\frac{y^3}{3}\right]_{-a}^{a} = (\rho 2a^2)\frac{a^2}{3} = \frac{m}{3}a^2$

(5) $I_y = \rho\int_s x^2 = \rho\int_0^a x^2 dx \int_{-a}^{a} dy = \rho \frac{a^3}{3} \cdot 2a = \frac{m}{3}a^2$

بالمقارنة نجد أن $I_x = I_y$ وبالتالي فإن oz محور تناظر ديناميكي

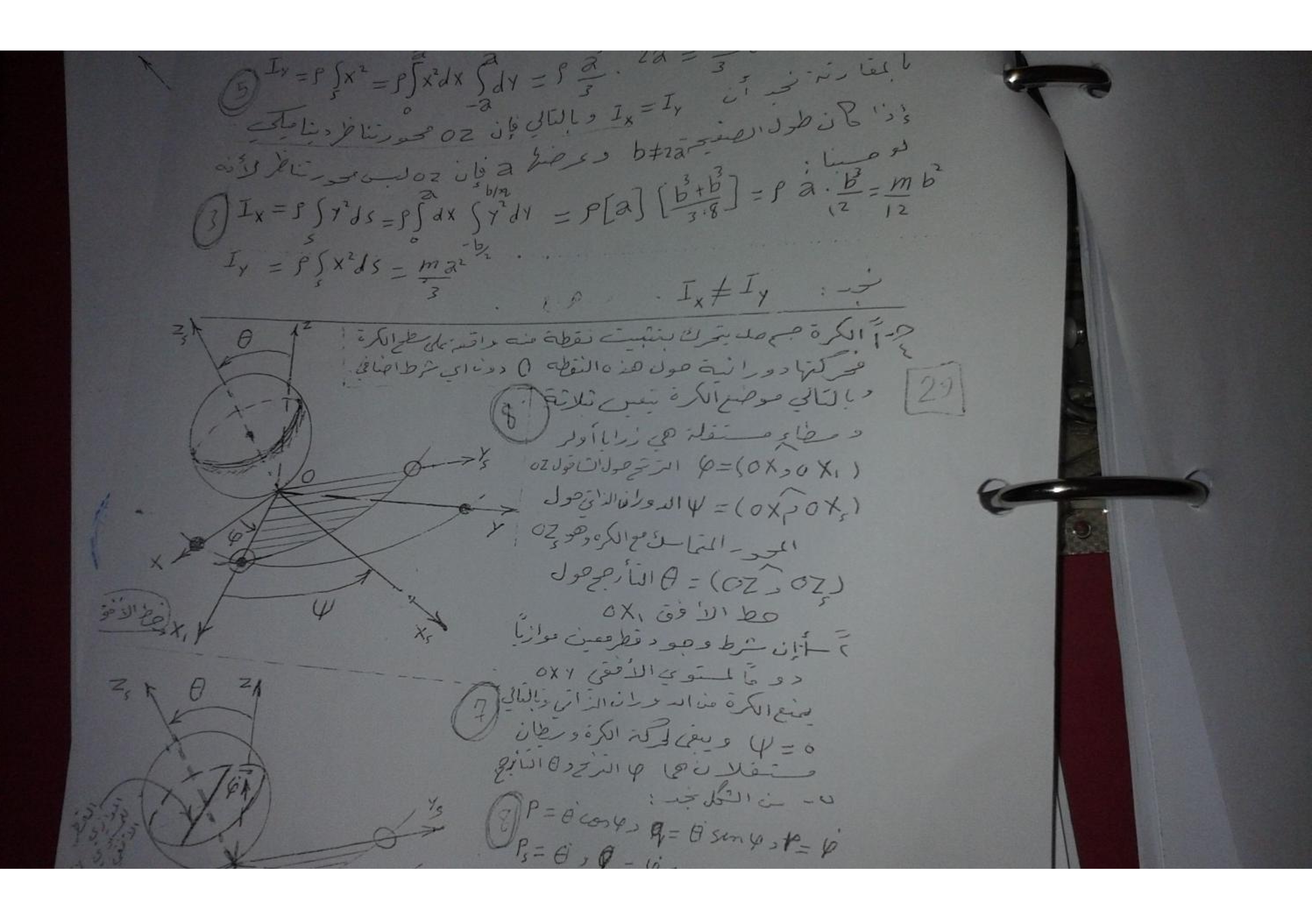
إذا كان طول الصفيحة $b \neq 2a$ وعرضها a فإن oz ليس محور تناظر لأنه

لو حسبنا:

(3) $I_x = \rho\int_s y^2 ds = \rho\int_0^a dx \int_{-b/2}^{b/2} y^2 dy = \rho[a]\left[\frac{b^3+b^3}{3\cdot 8}\right] = \rho a \cdot \frac{b^3}{12} = \frac{m}{12}b^2$

$I_y = \rho\int_s x^2 ds = \frac{m}{3}a^2$

$I_x \neq I_y$



(5) $I_y = \rho \int_s x^2 = \rho \int_0^a x^2 dx \int_{-a}^{a} dy = \rho \frac{a}{3} \cdot 2a = \frac{\;}{3}$

بالمقارنة نجد أن $I_x = I_y$ وبالتالي فإن oz محور تناظر ديناميكي

إذا كان طول الصفيحة $b \neq 2a$ وعرضها a فإن oz ليس محور تناظر لأنه

لو حسبنا:

(3) $I_x = \rho \int_s y^2 ds = \rho \int_0^a dx \int_{-b/2}^{b/2} y^2 dy = \rho [a] \left[\frac{b^3 + b^3}{3 \cdot 8}\right] = \rho\, a \cdot \frac{b^3}{12} = \frac{m b^2}{12}$

$I_y = \rho \int_s x^2 ds = \frac{m a^2}{3}$

نجد: $I_x \neq I_y$

ج٤- أ- الكرة جسم صلب يتحرك بتثبيت نقطة منه واقعة على سطح الكرة فحركتها دورانية حول هذه النقطة O دون أي شرط إضافي وبالتالي موضع الكرة يتعين بثلاثة

(8) وسطاء مستقلة هي زوايا أولر

$\varphi = (\widehat{OX, OX_1})$ الترنح حول الشاقول OZ

$\psi = (\widehat{OX_1, OX_s})$ الدوران الذاتي حول المحور المتماسك مع الكرة وهو OZ_s

$\theta = (\widehat{OZ, OZ_s})$ التأرجح حول خط الأفق OX_1

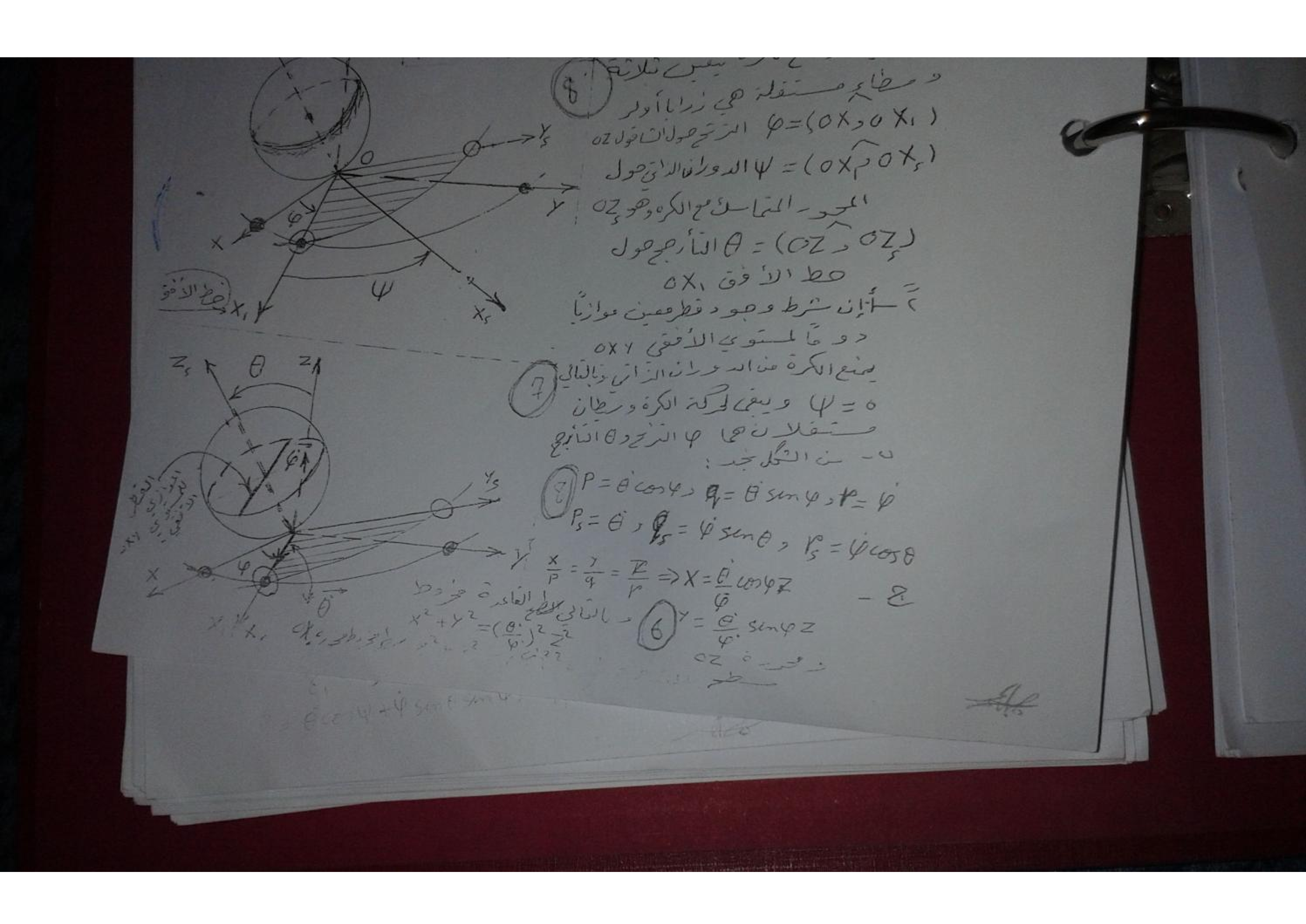
ب- إن شرط وجود قطر معين موازيًا دومًا للمستوي الأفقي OXY

(7) يمنع الكرة من الدوران الذاتي وبالتالي $\psi = 0$ ويبقى لحركة الكرة وسيطان مستقلان هما φ الترنح و θ التأرجح

د- من الشكل نجد:

(8) $P = \dot\theta \cos\varphi$, $q = \dot\theta \sin\varphi$, $r = \dot\varphi$

$P_s = \dot\theta$, q - ...



... ثلاثة وسطاء مستقلة هي زوايا أولر

(8)

$\varphi = (\widehat{OX, OX_1})$ الترنح حول الشاقول OZ

$\psi = (\widehat{OX_1, OX_s})$ الدوران الذاتي حول المحور المتماسك مع الكرة وهو OZ_s

$\theta = (\widehat{OZ, OZ_s})$ التأرجح حول خط الأفق OX_1

ج- أ- إن شرط وجود قطعتين موازيًا دومًا للمستوي الأفقي OXY يمنع الكرة من الدوران الذاتي وبالتالي $\psi = 0$ ويبقى لحركة الكرة وسيطان مستقلان هما φ الترنح و θ التأرجح (7)

ب- من الشكل نجد:

(2) $P = \dot{\theta} \cos\varphi , \; q = \dot{\theta} \sin\varphi , \; r = \dot{\varphi}$

$P_s = \dot{\theta} , \; q_s = \dot{\varphi} \sin\theta , \; r_s = \dot{\varphi} \cos\theta$

ج- $\frac{x}{p} = \frac{y}{q} = \frac{z}{r} \Rightarrow x = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} \cos\varphi \, z$

(6) $y = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} \sin\varphi \, z$

$x^2 + y^2 = \left(\frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}}\right)^2 z^2$ السطح الثاني القاعدة مخروط

جامعة البعث
كليـــة العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الميكانيك ٢

السنة الثالثة رياضيات
الدورة الصيفية 2014 - 2013

اسم الطالب :
العلامة : 100 (مائة درجة)
المدة : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول : (30):
اكتب العلاقة الاتجاهية المناسبة لحساب كل من السرعة والتسارع لنقطة M من الجسم S في كل من حالات حركته التالية:
1) عندما يدور الجسم S في الفضاء الثلاثي الأبعاد حركة دورانية حول محور ثابت منه . 2) عندما يتحرك الجسم S حركة مستوية، مستويها OXY. 3) عندما يتحرك الجسم S حركة دورانية حول نقطة ثابتة منه O .

السؤال الثاني (14) :
إذا كان القضيب OB متجانساً وكتلته تساوي M وطوله $2L$ ومحمولاً على المحور OX ، فالمطلوب مايلي:
1) ارسم الشكل المناسب، 2) احسب I_O ، ثم I_G (حيث G مركز الكتل)، 3) احسب P_{XY} و P_{YZ} و P_{ZX}.

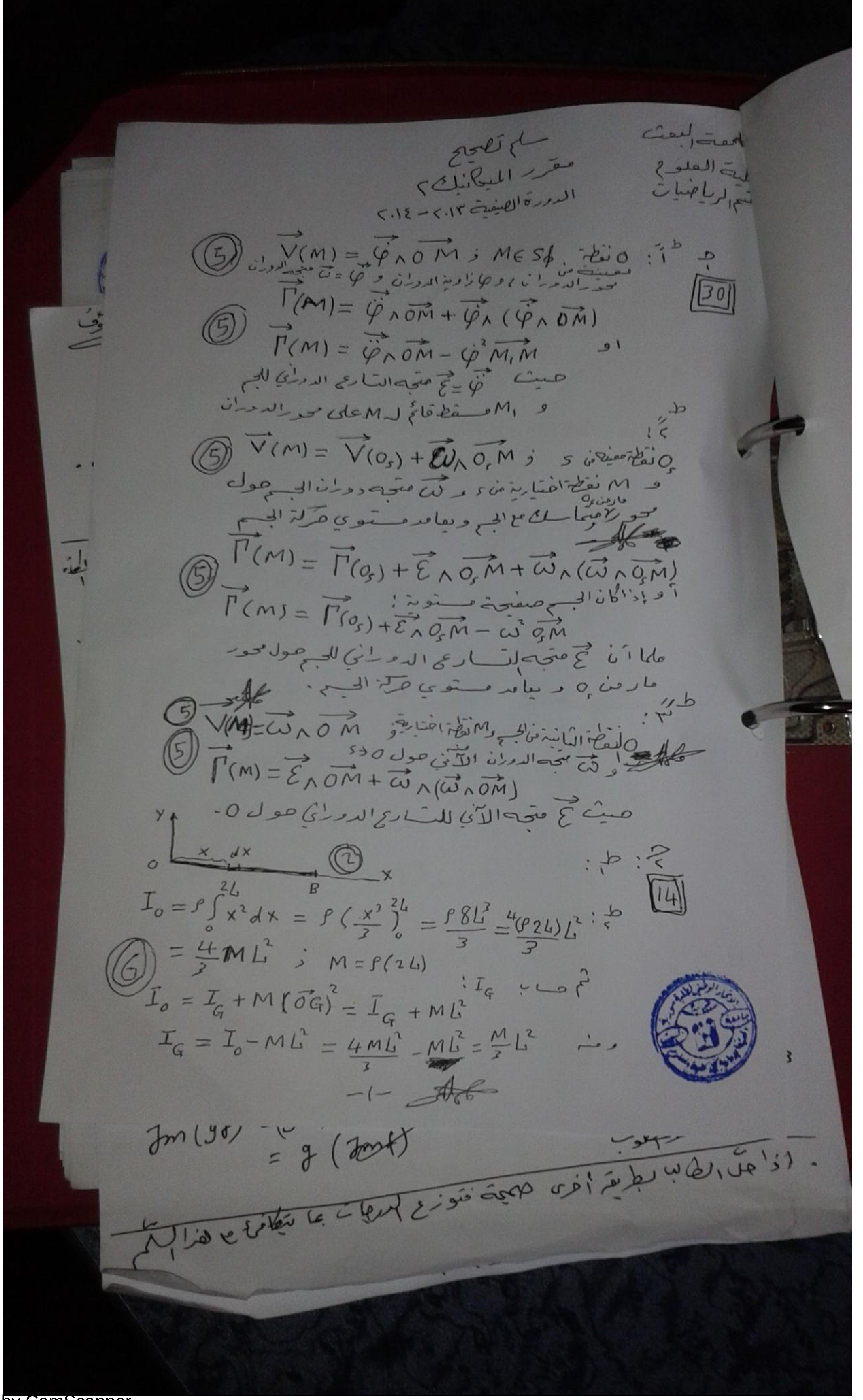
السؤال الثالث (19):
إذا كانت الصفيحة المتجانسة $OABC$ مربعة الشكل وطول ضلعها L وكتلتها m و OA محمولاً على OX و OC محمولاً على OY ، فالمطلوب:
1) ارسم الشكل المناسب في $OXYZ$ ، 2) احسب I_{OX} و P_{XY}.

السؤال الرابع (15):
إذا كان الجسم الصلب S يتحرك في الفضاء الثابت: ($R:OXYZ$)، وكانت O_s نقطة من S وسرعتها:
$\bar{V}(O_s/R)=PL(\bar{I}_s+2\bar{J}_s+3\bar{K}_s)$ و M نقطة أخرى من S ، حيث: $\overline{O_sM}=L(\bar{I}_s+\bar{J}_s)$ ، ومتجه دوران S حول O_s هو $\bar{\omega}=P(\bar{I}_s+\frac{\bar{J}_s}{2}+\frac{\bar{K}_s}{3})$ ، فالمطلوب احسب $\bar{V}(M/R)$.

السؤال الخامس (22):
إذا كان القضيب الصلب المتجانس AB الذي طوله $2L$ ، يتحرك في المستوي الثابت OXY ، حيث يستند القضيب على محيط دائرة ثابتة (c,r) ، ويمسها المحور الأفقي OX في O ، و ينزلق طرفه A على OX كما في الشكل المجاور، فالمطلوب:
1) عين الوسطاء المستقلة الكافية، موضحاً ذلك على الشكل.
2) أوجد سرعة G، مركز كتل القضيب بدلالة الوسطاء المستقلة ومشتقتها الزمني. ثم أوجد تسارع G.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ــــــــــ مدرس المقرر: د.كامل محمد

. إذا حل الطالب بطريقة أخرى صحيحة فتوزع الدرجات بما يتلاءم مع هذا الحل



جامعة البعث — كلية العلوم — قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر الميكانيك ٢ الدورة الصيفية ٢٠١٣-٢٠١٤

ج ١: ط ١: [30]

(5) $\vec{V}(M) = \vec{\dot\varphi} \wedge \vec{OM}$ ؛ $M \in S_f$ ، O نقطة ثابتة من محور الدوران و φ زاوية الدوران و $\vec{\dot\varphi} = \vec{\omega}$ متجه الدوران

(5) $\vec{\Gamma}(M) = \vec{\ddot\varphi} \wedge \vec{OM} + \vec{\dot\varphi} \wedge (\vec{\dot\varphi} \wedge \vec{OM})$

او $\vec{\Gamma}(M) = \vec{\ddot\varphi} \wedge \vec{OM} - \dot\varphi^2 \vec{M_1M}$

حيث $\vec{\ddot\varphi} = \vec{\varepsilon}$ متجه التسارع الدوراني للجسم و M_1 مسقط قائم لـ M على محور الدوران

ط ٢:

(5) $\vec{V}(M) = \vec{V}(O_s) + \vec{\omega} \wedge \vec{O_sM}$ ؛ O_s نقطة معينة من S و M نقطة اختيارية من S و $\vec{\omega}$ متجه دوران الجسم حول محور مار من O_s ومتماسك مع الجسم ويعامد مستوي حركة الجسم

(5) $\vec{\Gamma}(M) = \vec{\Gamma}(O_s) + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{O_sM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_sM})$

أو إذا كان الجسم صفيحة مستوية:

$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\Gamma}(O_s) + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{O_sM} - \omega^2 \vec{O_sM}$

علماً أن $\vec{\varepsilon}$ متجه التسارع الدوراني للجسم حول محور مار من O_s ويعامد مستوي حركة الجسم.

ط ٣:

(5) $\vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$ ؛ O النقطة الثابتة في الجسم و M نقطة اختيارية و $\vec{\omega}$ متجه الدوران الآني حول O ∋ S

(5) $\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM})$

حيث $\vec{\varepsilon}$ متجه الآني للتسارع الدوراني حول O.

ج ٢: ط ١: [14]

(2) [شكل: محورا y و x، قضيب من O إلى B طوله 2L، مع x و dx]

ط ٢: $I_0 = \rho \int_0^{2L} x^2 dx = \rho \left(\frac{x^3}{3}\right)_0^{2L} = \frac{\rho 8L^3}{3} = \frac{4(\rho 2L)L^2}{3}$

(6) $= \frac{4}{3} M L^2$ ؛ $M = \rho(2L)$

ثم حساب I_G:

$I_0 = I_G + M(\vec{OG})^2 = I_G + ML^2$

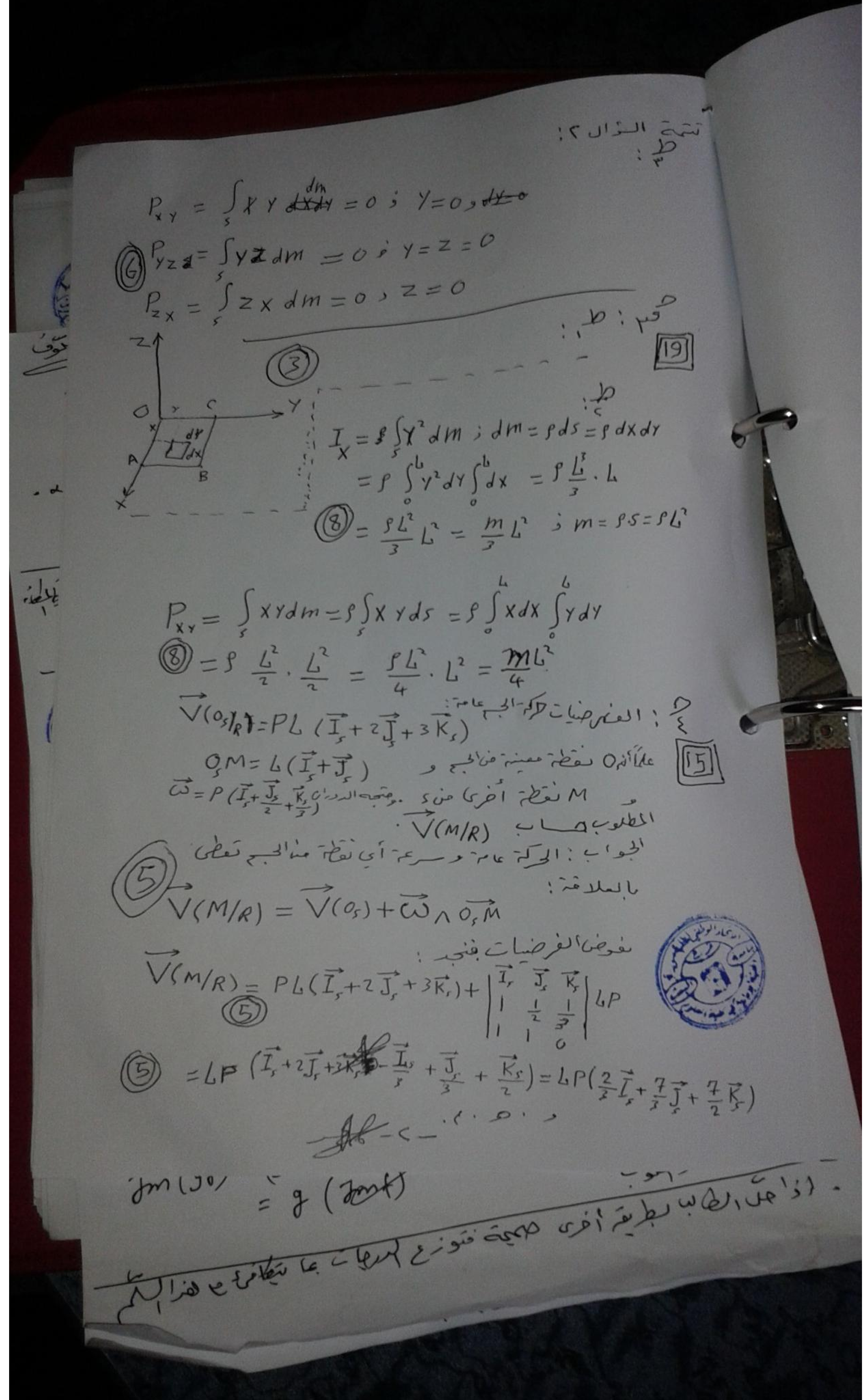
ومنه $I_G = I_0 - ML^2 = \frac{4ML^2}{3} - ML^2 = \frac{M}{3}L^2$

-1-

$Jm(y\sigma)$ ... $= g$ (...)

مطلوب

. إذا حل الطالب بطريقة أخرى صحيحة فتوزع الدرجات بما يتلاءم مع هذا السلم



تتمة السؤال ٢:

ط٣:

$P_{xy} = \int_s x y \, dm = 0 \; ; \; y = 0$

(6) $P_{yz} = \int_s yz \, dm = 0 \; ; \; y = z = 0$

$P_{zx} = \int_s zx \, dm = 0 \; , \; z = 0$

س٣: ط١:

[19]

(3)

ط٢:

$I_x = \rho \int_s y^2 \, dm \; ; \; dm = \rho \, ds = \rho \, dx \, dy$

$= \rho \int_0^L y^2 dy \int_0^L dx = \rho \frac{L^3}{3} \cdot L$

(8) $= \frac{\rho L^2}{3} L^2 = \frac{m}{3} L^2 \; ; \; m = \rho S = \rho L^2$

$P_{xy} = \int_s xy \, dm = \rho \int_s xy \, ds = \rho \int_0^L x \, dx \int_0^L y \, dy$

(8) $= \rho \frac{L^2}{2} \cdot \frac{L^2}{2} = \frac{\rho L^2}{4} \cdot L^2 = \frac{mL^2}{4}$

س٤: الفرضيات لحركة الجسم عامة:

[15]

$\vec{V}(O_s/R) = PL(\vec{I}_s + 2\vec{J}_s + 3\vec{K}_s)$

علماً أن O نقطة معينة من الجسم و $\vec{O_sM} = L(\vec{I}_s + \vec{J}_s)$

M نقطة أخرى منه. ومتجه الدوران $\vec{\omega} = P(\vec{I}_s + \frac{\vec{J}_s}{2} + \frac{\vec{K}_s}{3})$

المطلوب حساب $\vec{V}(M/R)$.

الجواب: الحركة عامة وسرعة أي نقطة من الجسم تعطى بالعلاقة:

(5) $\vec{V}(M/R) = \vec{V}(O_s) + \vec{\omega} \wedge \vec{O_sM}$

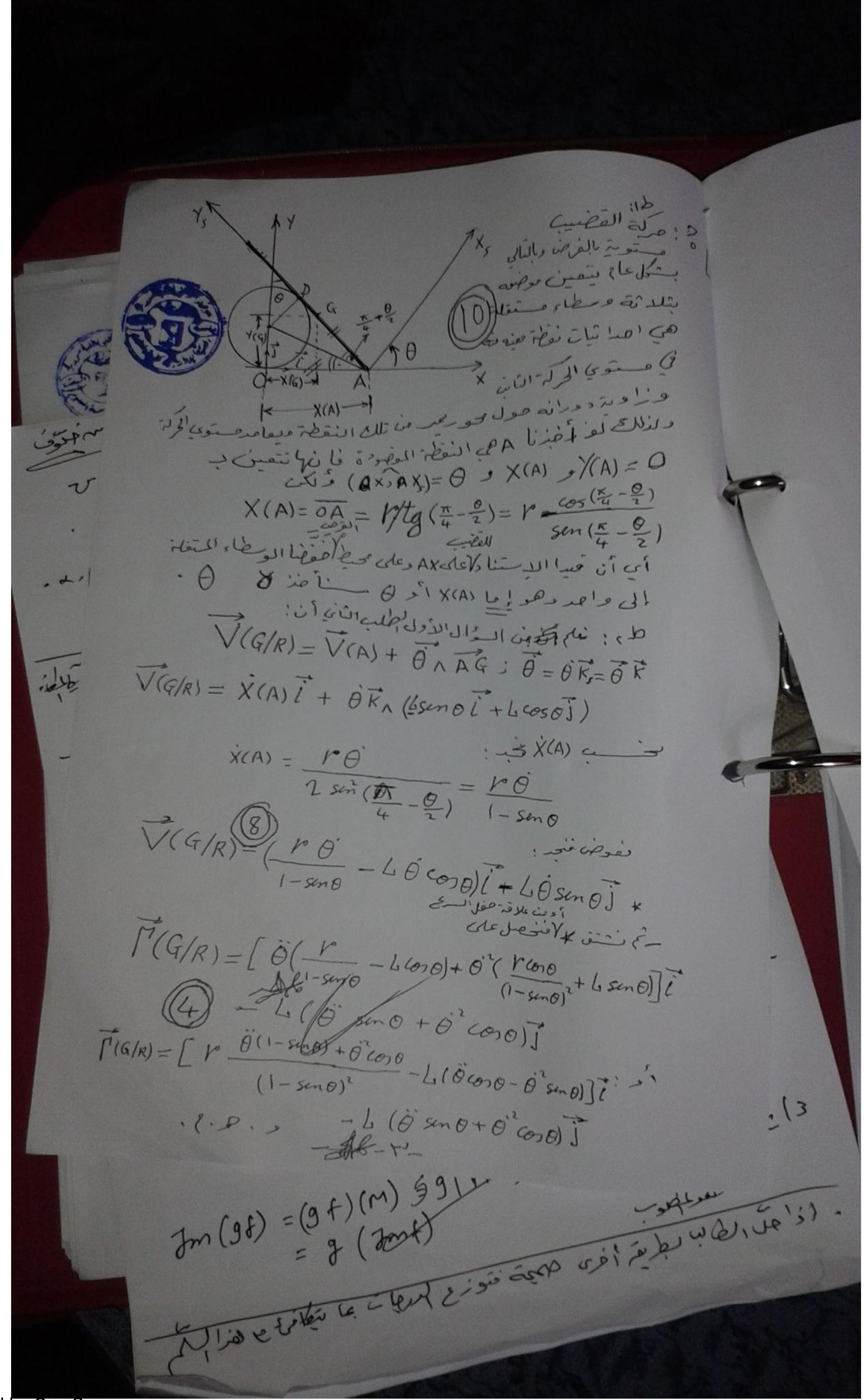
نعوض الفرضيات فنجد:

$\vec{V}(M/R) = PL(\vec{I}_s + 2\vec{J}_s + 3\vec{K}_s) + \begin{vmatrix} \vec{I}_s & \vec{J}_s & \vec{K}_s \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} LP$ (5)

(5) $= LP(\vec{I}_s + 2\vec{J}_s + 3\vec{K}_s - \frac{\vec{I}_s}{3} + \frac{\vec{J}_s}{3} + \frac{\vec{K}_s}{2}) = LP(\frac{2}{3}\vec{I}_s + \frac{7}{3}\vec{J}_s + \frac{7}{2}\vec{K}_s)$

انتهى

ملاحظة: إذا حل الطالب بطريقة أخرى صحيحة فتوزع الدرجات بما يتناسب مع هذا الحل



ط ١: حركة القضيب مستوية بالفرض وبالتالي بشكل عام يتعين موضعه بثلاثة وسطاء مستقلة هي احداثيات نقطة معينة في مستوي الحركة - الثاني وزاوية دورانه حول محور يمر من تلك النقطة ويعامد مستوي الحركة

(10)

ولذلك لو أخذنا A هي النقطة المقصودة فإنها تتعين ب $Y(A) = 0$ و $X(A)$ و $(\widehat{Ax, Ax_s}) = \theta$ ولكن

$$X(A) = \overline{OA} = r/tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) = r\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)}$$

أي أن قيد الاستناد على Ax وعلى محيط القرص خفضا الوسطاء المستقلة إلى واحد وهو إما $X(A)$ أو θ سنأخذ θ.

ط ٢: نعلم من السؤال الأول للطلب الثاني أن:

$$\vec{V}(G/R) = \vec{V}(A) + \dot{\vec{\theta}} \wedge \vec{AG} \; ; \; \dot{\vec{\theta}} = \dot{\theta}\vec{K}_s = \dot{\theta}\vec{K}$$

$$\vec{V}(G/R) = \dot{X}(A)\vec{i} + \dot{\theta}\vec{K} \wedge (L\sin\theta\,\vec{i} + L\cos\theta\,\vec{j})$$

نحسب $\dot{X}(A)$ نجد:

$$\dot{X}(A) = \frac{r\dot{\theta}}{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)} = \frac{r\dot{\theta}}{1-\sin\theta}$$

نعوض فنجد:

(8)

$$\vec{V}(G/R) = \left(\frac{r\dot{\theta}}{1-\sin\theta} - L\dot{\theta}\cos\theta\right)\vec{i} + L\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j} \;\; *$$

أو بين علاقة حقل السرع

ثم نشتق * فنحصل على

$$\vec{\Gamma}(G/R) = \left[\ddot{\theta}\left(\frac{r}{1-\sin\theta} - L\cos\theta\right) + \dot{\theta}^2\left(\frac{r\cos\theta}{(1-\sin\theta)^2} + L\sin\theta\right)\right]\vec{i}$$

(4)

$$- L(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta)\vec{j}$$

أو:

$$\vec{\Gamma}(G/R) = \left[r\frac{\ddot{\theta}(1-\sin\theta) + \dot{\theta}^2\cos\theta}{(1-\sin\theta)^2} - L(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta)\right]\vec{i}$$

$$- L(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta)\vec{j}$$

٣:

$Im(gf) = (gf)(M)$

$= g(Imf)$

إذا حل الطالب بطريقة أخرى صحيحة فتوزع الدرجات بما يتلاءم مع هذا السلم المطلوب

9

سلم التصحيح مع الحلول

الفصل الأول

ج1: أجب على الأسئلة التالية: [12]

1. إذا كانت O نقطة معينة و $S=\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ مجموعة نقاط مادية كتلها $m_1, m_2, \ldots, m_n$ فإن عزم عطالة المجموعة S بالنسبة للنقطة O نعرفه بأنه مجموع عزوم العطالة لكل نقاط المجموعة بالنسبة لـ O أي أن: $r_i = |OA_i|$; $I_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ (4)

- إذا كان I عزم عطالة بالنسبة لـ: محور أو مستو أو نقطة فإننا نقول عن العدد الموجب K إنه نصف قطر العطالة إذا تحققت العلاقة $I = MK^2$ (4)

- نقول عن محور ما مثل Oz إنه محور تناظر ديناميكي بجملة المقارنة النظامية OXYZ إذا كان $I_x = I_y$. (4)

2. (3×4) اكتب نص ثلاث من خصائص عزوم العطالة لجسم منسوب إلى جملة مقارنة نظامية OXYZ: إن أي ثلاث الخصائص التالية صحيحة

$I_0 = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$ ، و $I_0 = I_{oxy} + I_{oyz} + I_{ozx}$ ،

$I_{ox} = I_{oxy} + I_{oxz}$ or $I_{oy} = I_{oyz} + I_{oxy}$, $I_{oz} = I_{ozx} + I_{ozy}$,

$I_0 = I_{oxy} + I_{oz} = I_{oyz} + I_{ox} = I_{ozx} + I_{oy}$

$I_{oy} + I_{oz} \geq I_{ox}$, $I_{ox} + I_{oz} \geq I_{ox}$

$I_{ox} + I_{oy} \geq I_{oz}$, $I_{oy} + I_{oz} \geq I_{ox}$, $I_{ox} + I_{oz} \geq I_{ox}$

$I_{ox} + I_{oy} \geq I_{oz}$, $I_{oz} - I_{ox} \leq I_{oy}$, $I_{oy} - I_{oz} \leq I_{ox}$

$I_{ox} - I_{oy} \leq I_{oz}$, $I_{oy} - I_{oz} \leq I_{ox}$

ج2: أجب عن سؤال واحد مما يلي: الرسم المناسب في الصفحة 2 يصلح للجوابين [17]

1. حساب السرعة المطلقة للنقطة M: الفرض $R: OXYZ$ جملة مقارنة عطالية قاعدتها $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ و $R_s: O_sX_sY_sZ_s$ جملة مقارنة متحركة (كأن تكون مرتبطة بجسم متحرك مثلاً) وقاعدتها $(O_s, \vec{I}_s, \vec{J}_s, \vec{K}_s)$ M نقطة تتحرك في فضاء R و إحداثياتها في فضاء (x_s, y_s, z_s) وإحداثياتها في فضاء R هي (X, Y, Z) و O_s في R أي $(X(O_s), Y(O_s), Z(O_s))$ وفي مثل هذه الحالة (4)

تصح النظرية: (5) $\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$ حيث $\vec{V}_a$ السرعة المطلقة لـ M

$\vec{V}_e$ السرعة الجرّية لـ M في R_s و $\vec{V}_r$ السرعة النسبية لـ M في R_s

و حسب تعريف الحركة الجرّية (3) وهي سرعة نقطة مرتبطة في الجملة (3) بالتالي

$$\vec{V}_e = \vec{V}(M/R) = \vec{V}(O_s) + \vec{\omega} \wedge \vec{O_sM} = \frac{d\vec{OM}}{dt}\Big|_R \quad M \in R_s$$

ومن تعريف السرعة النسبية (2) (3)

$$\vec{V}_r = \vec{V}(M/R_s) = \frac{d\vec{O_sM}}{dt}\Big|_{R_s} = \dot{x}_s\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s \quad M \notin R_s$$

نعوض (1) في (2)

$$\vec{V}_a = \vec{V}(O_s/R) + \vec{\omega} \wedge \vec{O_sM} + \dot{x}_s\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s$$

و هو م.ع.

الجزء الثاني من

ج 2. حساب التسارع المطلق للنقطة M :

ننطلق من العلاقة (1)

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

ومنه نشتق طرفي (1) بالنسبة لـ R

$$\vec{\Gamma}_a = \frac{d\vec{V}_a}{dt}\Big|_R = \frac{d\vec{V}_e}{dt}\Big|_R + \frac{d\vec{V}_r}{dt}\Big|_R$$

$$\vec{\Gamma}_a = \frac{d}{dt}\left[\vec{V}(O_s/R) + \vec{\omega}\wedge\vec{O_sM} + \dot{x}_s\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s\right]\Big|_R$$

$$= \frac{d\vec{V}(O_s/R)}{dt}\Big|_R + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}\wedge\vec{O_sM})\Big|_R + \frac{d}{dt}(\dot{x}_s\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s)\Big|_R \quad (2)$$

علماً أنه من تعريف التسارع أن نكتب

$$\vec{\Gamma}_{O_s} = \frac{d\vec{V}(O_s/R)}{dt}\Big|_R \quad (3)$$

ونشتق الحد الثاني من (2) فنجد

$$\frac{d}{dt}(\vec{\omega}\wedge\vec{O_sM})\Big|_R = \vec{\varepsilon}\wedge\vec{O_sM} + \vec{\omega}\wedge\frac{d\vec{O_sM}}{dt}\Big|_R$$

$\vec{\varepsilon}$ شعاع تسارع الدوران

$$= \vec{\varepsilon}\wedge\vec{O_sM} + \vec{\omega}\wedge\left[\frac{d\vec{O_sM}}{dt}\Big|_R + \frac{d\vec{O_sM}}{dt}\Big|_R\right]$$

$M \in R_s$, $M \notin R_s$

$$= \vec{\varepsilon}\wedge\vec{O_sM} + \vec{\omega}\wedge\left[\vec{\omega}\wedge\vec{O_sM} + \vec{V}_r\right]$$

$$= \vec{\varepsilon}\wedge\vec{O_sM} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{O_sM}) + \vec{\omega}\wedge\vec{V}_r \quad (4)$$

ونجري الاشتقاق المطلق للحد الثالث من (2)

$$\frac{\vec{V}_r}{t}\Big|_R = \frac{d}{dt}(\dot{x}_s\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s)\Big|_R = \frac{d\dot{x}_s}{dt}\vec{I}_s + \frac{d\dot{y}_s}{dt}\vec{J}_s + \frac{d\dot{z}_s}{dt}\vec{K}_s$$

$$+ \dot{x}\frac{d\vec{I}_s}{dt}\Big|_R + \dot{y}_s\frac{d\vec{J}_s}{dt}\Big|_R + \dot{z}_s\frac{d\vec{K}_s}{dt}\Big|_R$$

$$= \ddot{x}_s\vec{I}_s + \ddot{y}_s\vec{J}_s + \ddot{z}_s\vec{K}_s + \vec{\omega}\wedge\left[\dot{x}\vec{I}_s + \dot{y}_s\vec{J}_s + \dot{z}_s\vec{K}_s\right] \; ; \; \vec{\Gamma}_r = \ddot{x}_s\vec{I}_s + \ddot{y}_s\vec{J}_s + \ddot{z}_s\vec{K}_s$$

حيث

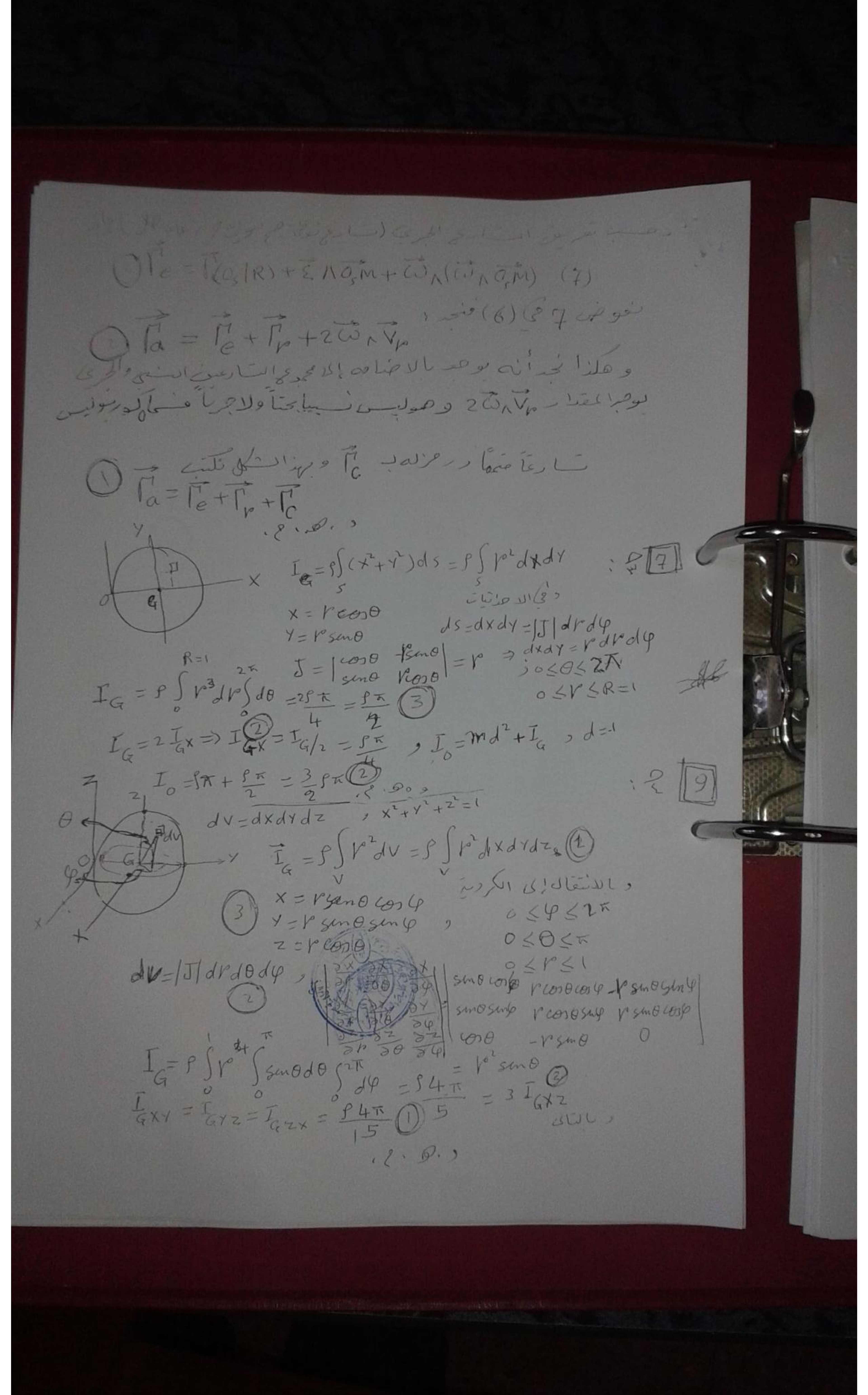
$$\frac{d\vec{I}_s}{dt}\Big|_R = \vec{\omega}\wedge\vec{I}, \quad \frac{d\vec{J}_s}{dt}\Big|_R = \vec{\omega}\wedge\vec{J}_s, \quad \frac{d\vec{K}_s}{dt}\Big|_R = \vec{\omega}\wedge\vec{K}_s$$

ونستفيد من تعريف السرعة النسبية والتسارع النسبي نجد أن

$$\frac{d}{dt}\vec{V}_r\Big|_R = \vec{\Gamma}_r + \vec{\omega}\wedge\vec{V}_r \quad (5)$$

بتعويض (3) و (4) و (5) في (2) نجد

$$\vec{\Gamma}_a = \vec{\Gamma}(O_s/R) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{O_sM} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{O_sM}) + \vec{\omega}\wedge\vec{V}_r + \vec{\Gamma}_r + \vec{\omega}\wedge\vec{V}_r \quad (6)$$



$\vec{\Gamma}_e = \vec{\Gamma}(O_1/R) + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{O_1M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_1M})$ (7)

نعوض 7 في (6) فنجد :

$\vec{\Gamma}_a = \vec{\Gamma}_e + \vec{\Gamma}_r + 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$

وهكذا نجد أنه يوجد بالإضافة إلى مجموع التسارعين النسبي والجري يوجد حد إضافي $2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$ وهو يسمى تسارعاً متمماً ونرمز له بـ $\vec{\Gamma}_c$ وبهذا الشكل نكتب

$\vec{\Gamma}_a = \vec{\Gamma}_e + \vec{\Gamma}_r + \vec{\Gamma}_c$

و.هـ.م.

س7 :

$I_G = \rho \int_S (x^2+y^2)\, ds = \rho \int_S r^2\, dx\, dy$

في الإحداثيات

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$ds = dx\,dy = |J|\, dr\, d\varphi$

$J = \begin{vmatrix} \cos\theta & r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r \Rightarrow dx\,dy = r\,dr\,d\varphi$

$0 \le \theta \le 2\pi$; $0 \le r \le R = 1$

$I_G = \rho \int_0^{R=1} r^3\, dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\rho\pi}{4} = \frac{\rho\pi}{2}$ (3)

$I_G = 2 I_{Gx} \Rightarrow I_{Gx} = I_G/2 = \frac{\rho\pi}{4}$ (2), $I_O = md^2 + I_G$, $d = 1$

$I_O = \rho\pi + \frac{\rho\pi}{2} = \frac{3}{2}\rho\pi$ (2)

و.هـ.م.

س9 :

$dV = dx\,dy\,dz$, $x^2+y^2+z^2 = 1$

$I_G = \rho \int_V r^2\, dV = \rho \int_V r^2\, dx\, dy\, dz$ (1)

بالانتقال إلى الكروية ،

$x = r\sin\theta\cos\varphi$

$y = r\sin\theta\sin\varphi$

$z = r\cos\theta$ (3)

$0 \le \varphi \le 2\pi$

$0 \le \theta \le \pi$

$0 \le r \le 1$

$dV = |J|\, dr\, d\theta\, d\varphi$ (2) , $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta & -r\sin\theta & 0 \end{vmatrix} = r^2\sin\theta$

$I_G = \rho \int_0^1 r^4 \int_0^\pi \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\rho 4\pi}{5} = 3 I_{Gxz}$ (2)

وبالتالي

$I_{Gxy} = I_{Gyz} = I_{Gzx} = \frac{\rho 4\pi}{15}$ (1)

و.هـ.م.

.1 [illegible]

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

$dV = dx\,dy\,dz$ [illegible]

$$\frac{x}{a}=x \Rightarrow x=ax \ , \ \frac{y}{b}=y \Rightarrow y=by \ , \ \frac{z}{c}=z \Rightarrow z=cz \Rightarrow dV$$

نحصل على المعادلة [illegible]

$x^2+y^2+z^2=1$ (3) معادلة كرة [illegible]

$$dV = a.b.c.dx.dy.dz = abc\,dV_1$$ ومنه [illegible] dV_1 [illegible] حجم الكرة

$$I_{Gxz} = \rho\int_V y^2\,dV = a.b^3c\rho\int_{V_1} y^2\,dV_1 = a.b^3.c.I_{Gxz}$$

ومن السؤال الرابع $I_{Gxz} = \frac{\rho 4}{15}\pi$ (3)

$$I_{Gxz} = \left(\rho\frac{4}{3}a.bc\pi\right)\frac{b^2}{5} = \frac{M}{5}b^2$$

(2) $$I_{Gyz} = \rho\int_V x^2\,dV = a^3bc\rho\int_{V_1} x^2\,dx\,dy\,dz = \left(\rho\frac{4}{3}abc\pi\right)\frac{a^2}{5} = \frac{m\,a^2}{5}$$

وبنفس الطريقة

(2) $$I_{Gxy} = \frac{m\,c^2}{5}$$

(2) $$I_G = I_{Gyz}+I_{Gzx}+I_{Gxy} = \frac{m}{5}(a^2+b^2+c^2)$$

(2) $$I_o = md^2+I_G = mb^2+\frac{m}{5}(a^2+b^2+c^2) = \frac{m}{5}(a^2+6b^2+c^2)$$

(2) $$I_{oxz} = md^2+I_{Gxz} = mb^2+\frac{mb^2}{5} = \frac{6mb^2}{5}$$

(2) $$I_{oxy} = md^2+I_{Gxy} = \frac{mc^2}{5} \ ; \ d=0$$

(2) $$I_{oyz} = md^2+I_{Gyz} = \frac{m\,a^2}{5} \ ; \ d=0$$

Y
Y_s
I
X_s
θ
x
G
o
φ
X
(5)

%2 : القرص يتحرك [illegible] [illegible] زاوية [illegible] بزاوية دورانه حول مركزه ولتكن $(\widehat{GX_s,X_s})=\theta$ وإحداثيته $X(G), Y(G)$ ولكن بسبب القيد (الاستناد على السطح الداخلي)

$X(G)=(R-r)\cos\varphi$

$Y(G)=(R-r)\sin\varphi$

وهذا يعني أن الوسيطان أصبحتا θ و والزاوية القطبية التي تصنعها G وهي φ

لكن من طبيعة القيد يؤدي بالقرص لتدحرج بدون انزلاق وبالتالي: ولكن لدينا $\vec{V}(I)=0$

$\vec{V}(I) = \vec{V}(I)$
$I\in(O,R)$ $I\in(O,R)$

$V(I) = (R-r)\dot{\varphi}\vec{e}_r+\dot{\theta}\,r\vec{e}$
$I\in(G,r)$

$(R-r)\dot{\varphi} = r\dot{\theta}$ ومنه وبالتالي القرص يرتبط بوسيط واحد [illegible]

$\frac{\ }{P_0}$;

- إن نقطة التماس آني لا تُلحظ ... السرعة أثناء ... الزلق

- ان المخروط هو المحل الهندسي للمركز الآني للدوران I في R_s وهنا من الواضح ان هذا المخروط هو محيط القرص لأن I لا تفارقه. (5)

- ان مخروط القاعدة هو المحل الهندسي للمركز الآني للدوران I في R وهنا من الواضح ان هذا المنحني القاعدة هو منحني السلم لأن I لا تفارقه (5)

و. هـ. م.

Y_s, Z, $\vec{\dot\varphi}$, $\vec{\dot\psi}$, $\theta=\frac{\pi}{2}$, Y, Z_s, X_s, ψ, φ, X_1, X

(11)

ج2 ط: الحركة لجسم صلب فيه نقطة ثابتة هي دورانية وتتعين بثلاث زوايا هي زوايا أولر:

φ الترنح، θ التأرجح

ψ الدوران الذاتي

لكن التأرجح معدوم $\theta=\frac{\pi}{2}$ بالفرض،

اذن بقي وسيبقى هما

φ الترنح و ψ الدوران الذاتي وهما مستقلان عن بعضهما.

35

ط: لايجاد السطح المتحرك نجد:

$$p_s=\dot\varphi\sin\psi,\quad q_s=\dot\varphi\cos\psi,\quad r_s=\dot\psi$$

But $\frac{X_s}{p_s}=\frac{Y_s}{q_s}=\frac{Z_s}{r_s} \Rightarrow \frac{X_s}{\dot\varphi\sin\psi}=\frac{Y_s}{\dot\varphi\cos\psi}=\frac{Z_s}{\dot\psi}$

معادلات المحور الآني للدوران وبحذف الوسيط نجد ان المتحرك:

$$X_s^2+Y_s^2 \le \frac{\dot\varphi^2}{\dot\psi^2}Z^2$$

(12) سطح مخروطي محوره هو OZ_s.

ط:

$$p=\dot\psi\sin\varphi,\quad q_s=-\dot\psi\cos\varphi,\quad r=\dot\varphi$$

$$\frac{X}{p}=\frac{Y}{q}=\frac{Z}{r} \Rightarrow \frac{X}{\dot\psi\sin\varphi}=\frac{Y}{-\dot\psi\cos\varphi}=\frac{Z}{\dot\varphi}$$

معادلات المحور الآني للدوران وبحذف الوسيط نجد:

(12)
$$X^2+Y^2=\frac{\dot\psi^2}{\dot\varphi^2}Z^2$$

وهو سطح مخروطي محوره ثابت OZ

و. هـ. م.

ج٤: أجب عن سؤال واحد مما يلي:

1. إن معادلة المجسم هي $\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}+\frac{Z^2}{c^2}=1$ وحجم الحجم العنصري من المجسم الناقص: $dV = dX dY dZ$

نجري التحويل التالي

$\frac{X}{a}=x \Rightarrow X=ax$, $\frac{Y}{b}=y \Rightarrow Y=by$, $\frac{Z}{c}=z \Rightarrow Z=cz \Rightarrow dV$

فنحصل على المعادلة

$x^2+y^2+z^2=1$ معادلة سطح كرة (3)

ومنه

$dV = a \cdot b \cdot c \cdot dx \cdot dy \cdot dz = abc\, dV_1$ ، dV_1 حجم عنصري من حجم الكرة

$I_{GXZ} = \rho\int_V Y^2 dV = a \cdot b^3 c \rho \int_{V_1} y^2 dV_1 = a \cdot b^3 \cdot c \cdot I_{Gxz}$

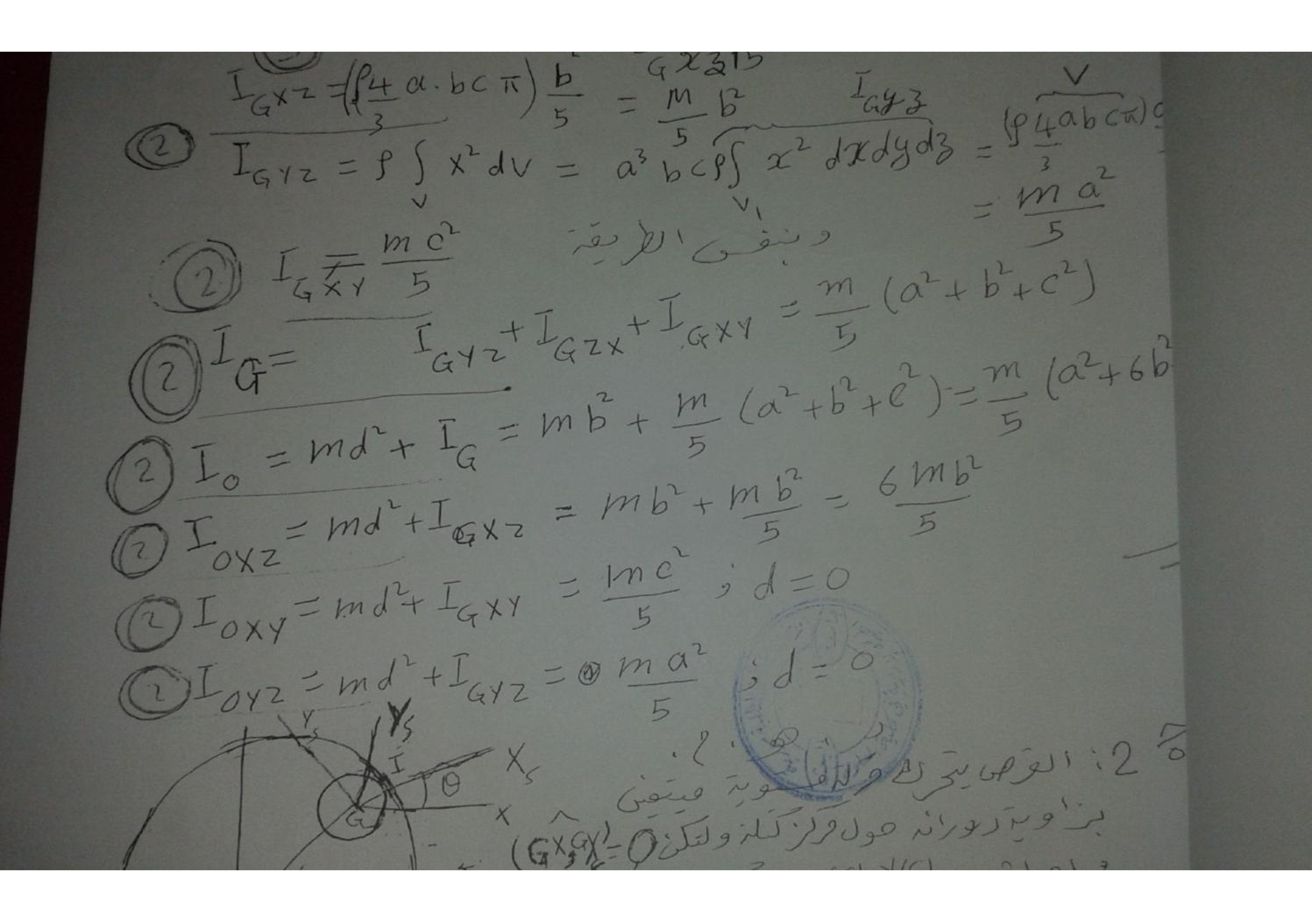
ومن المسألة الرابعة $I_{Gxz} = \frac{\rho 4}{15}\pi$

(3)

$I_{GXZ} = \left(\rho \frac{4}{3} a \cdot bc\pi\right)\frac{b^2}{5} = \frac{M}{5} b^2$

(2) $I_{GYZ} = \rho\int_V X^2 dV = a^3 bc \rho \int_{V_1} x^2 dx dy dz = \left(\rho \frac{4}{3} abc\pi\right)$ ... I_{Gyz} ... V

$m a^2$



(2) $I_{Gxz} = \left(\rho \frac{4}{3} a \cdot bc\pi\right)\frac{b^2}{5} = \frac{m}{5} b^2$

(2) $I_{Gyz} = \rho \int_V x^2 \, dV = a^3 bc\rho \int_{V_1} x^2 \, dx\,dy\,dz = \left(\rho \frac{4}{3} abc\pi\right)\frac{a^2}{5} = \frac{m a^2}{5}$

وبنفس الطريقة

(2) $I_{Gxy} = \frac{m c^2}{5}$

(2) $I_G = I_{Gyz} + I_{Gzx} + I_{Gxy} = \frac{m}{5}(a^2+b^2+c^2)$

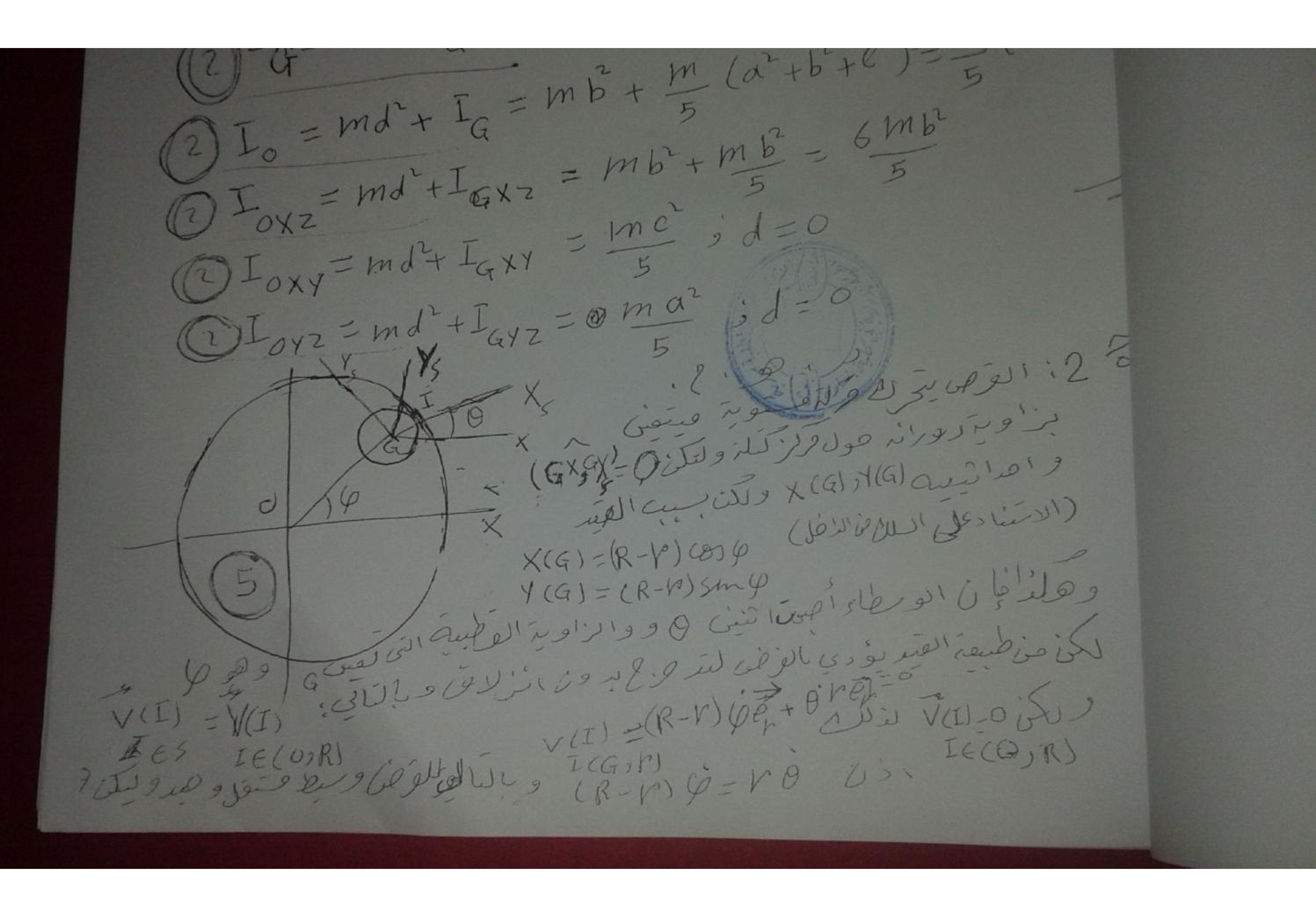
(2) $I_O = md^2 + I_G = mb^2 + \frac{m}{5}(a^2+b^2+c^2) = \frac{m}{5}(a^2+6b^2$

(2) $I_{Oxz} = md^2 + I_{Gxz} = mb^2 + \frac{mb^2}{5} = \frac{6mb^2}{5}$

(2) $I_{Oxy} = md^2 + I_{Gxy} = \frac{mc^2}{5}$; $d = 0$

(2) $I_{Oyz} = md^2 + I_{Gyz} = \frac{ma^2}{5}$; $d = 0$

2% : القرص يتحرك ... مستوية فيتعين
بزاوية دورانه حول مركز كتلته ولتكن $\theta = (\hat{Gx, Gx_1})$



$$I_O = md^2 + I_G = mb^2 + \frac{m}{5}(a^2+b^2+c^2) = \frac{\ldots}{5}$$

$$I_{OXZ} = md^2 + I_{GXZ} = mb^2 + \frac{mb^2}{5} = \frac{6mb^2}{5}$$

$$I_{OXY} = md^2 + I_{GXY} = \frac{mc^2}{5} \;;\; d = 0$$

$$I_{OYZ} = md^2 + I_{GYZ} = \frac{ma^2}{5} \;;\; d = 0$$

2: القرص يتحرك و ... بزاوية دورانه حول مركز كتلة ولتكن $(\widehat{GX, GX_S}) = \theta$ وإحداثيته $X(G), Y(G)$ ولكن بسبب القيد (الاستناد على السطح الداخل)

$X(G) = (R-r)\cos\varphi$

$Y(G) = (R-r)\sin\varphi$

وهكذا فإن الوسطاء أصبحت اثنين θ و والزاوية القطبية التي تقيس φ وهو

لكن من طبيعة القيد يؤدي بالقرص للتدحرج بدون انزلاق وبالتالي:

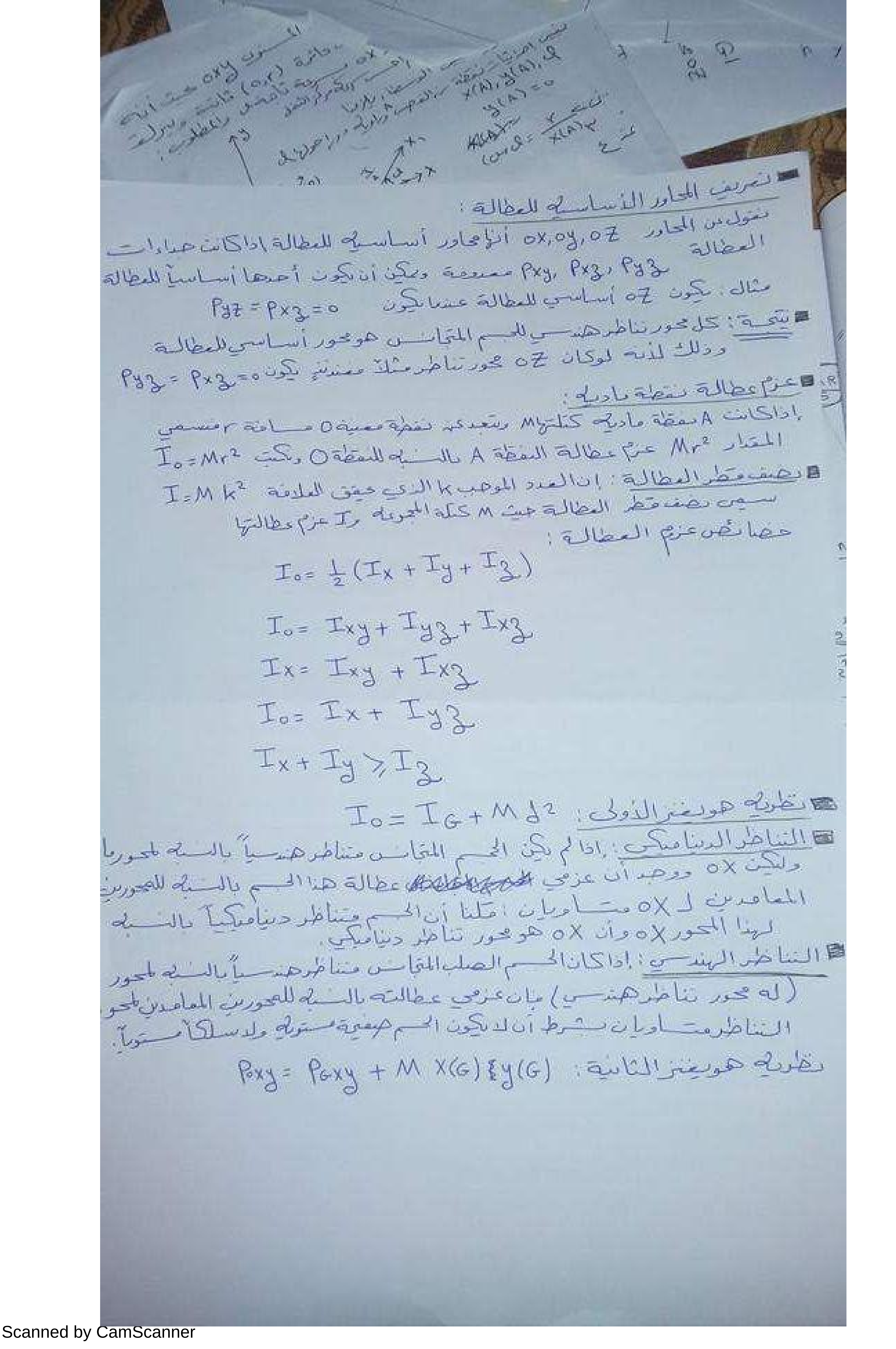
$\vec{V}(I) = \vec{V}(I)$; $I \in S$; $I \in (O, R)$

$V(I) = (R-r)\dot{\varphi}\vec{e}_r + \dot{\theta} r \vec{e}_\theta$; $I \in (G, r)$

ولكن $\vec{V}(I) = 0$ لذلك ; $I \in (O, R)$

إذن $(R-r)\dot{\varphi} = r\dot{\theta}$

وبالتالي القرص وسيط مستقل وحيد وليكن φ



تعريف المحاور الأساسية للعطالة:

نقول عن المحاور ox, oy, oz أنها محاور أساسية للعطالة إذا كانت جداءات العطالة P_{xy}, P_{xz}, P_{yz} معدومة ويمكن أن يكون أحدها أساسي للعطالة

مثال: يكون oz أساسي للعطالة عندما يكون $P_{yz} = P_{xz} = 0$

نتيجة: كل محور تناظر هندسي للجسم المتجانس هو محور أساسي للعطالة وذلك لأنه لو كان oz محور تناظر مثلاً عندئذٍ يكون $P_{yz} = P_{xz} = 0$

عزم عطالة نقطة مادية:

إذا كانت A نقطة مادية كتلتها M وتبعد عن نقطة معينة O مسافة r فنسمي المقدار Mr^2 عزم عطالة النقطة A بالنسبة للنقطة O ونكتب $I_0 = Mr^2$

نصف قطر العطالة: إن العدد الموجب k الذي يحقق العلاقة $I = Mk^2$ يسمى نصف قطر العطالة حيث M كتلة المجموعة و I عزم عطالتها

خصائص عزم العطالة:

$$I_0 = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$$

$$I_0 = I_{xy} + I_{yz} + I_{xz}$$

$$I_x = I_{xy} + I_{xz}$$

$$I_0 = I_x + I_{yz}$$

$$I_x + I_y \geq I_z$$

نظرية هويغنز الأولى: $I_0 = I_G + M d^2$

التناظر الديناميكي: إذا لم يكن الجسم المتجانس متناظراً هندسياً بالنسبة لمحور ما ولكن ox ووجد أن عزمي عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحورين المتعامدين لـ ox متساويان، قلنا أن الجسم متناظر ديناميكياً بالنسبة لهذا المحور ox وأن ox هو محور تناظر ديناميكي.

التناظر الهندسي: إذا كان الجسم الصلب المتجانس متناظراً هندسياً بالنسبة لمحور (له محور تناظر هندسي) فإن عزمي عطالته بالنسبة للمحورين المتعامدين لمحور التناظر متساويان بشرط أن لا يكون الجسم صفيحة مستوية ولا سلكاً مستوياً.

نظرية هويغنز الثانية: $P_{oxy} = P_{Gxy} + M\, x(G)\, y(G)$

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الميكانيك ٢
الإثنين ٢٤/٦/٢٠١٣ - إعادة

المدة: ساعتان
الدرجة: ١٠٠

أولاً: أجب عن أحد السؤالين: [25]

١- إذا كان الجسم صلباً بشكل عام فإن: $I_x - I_y \le I_z$ أو $I_x + I_y \ge I_z$

وإذا كان الجسم الصلب S صفيحة مستوية واقعة في المستوي oxy فإن: $I_x - I_y < I_z$ أو $I_x + I_y = I_z$

٢- إذا كانت المجموعة المادية المتحركة S متماسكة وحركتها انسحابية فإن هنا يكافئ مايلي: $\vec{V}(A) = \vec{V}(B) \quad \forall A,B \in S$

ثانياً: [30] يتحرك جسم صلب حركة دورانية حول محور ثابت منه هو OZ وزاوية دورانه تعطى بالقانون:

$$\varphi = a \cdot \ln\left(1 + \frac{\omega_0 t}{a}\right)$$

المطلوب: ١- أوجد متجه الدوران بدلالة الزمن ومتجه التسارع الزاوي كذلك وقيمة كل منهما t=0

٢- أوجد كلاً من متجهي سرعة وتسارع نقطة من الجسم تبعد عن OZ مسافة تساوي r.

ثالثاً: قم بحل إحدى المسألتين: [35]

١- يتحرك قرص نصف قطره r وذلك في المستوي الشاقولي OXY كما هو موضح في الشكل المجاور حيث $\vec{V}(A) = 2\vec{V}(C)$ علماً أن C مركز هندسي للقرص و A أعلى نقطة منه في لحظة ما، والمطلوب:

Y, A, $\vec{V}(A)$, $\vec{V}(C)$, C, O, X

أ- ارسم الشكل مبيناً عليه كافة الوسطاء.

ب- أوجد المركز الآني لدوران القرص في كل من الجملة المماسكة للقرص وفي الجملة الثابتة OXY.

ج- أوجد كلاً من المدحرج والقاعدة ثم أوجد شرط التدحرج بدون انزلاق.

د- استنتج مما سبق عدد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع القرص وسمّها.

٢- مخروط متجانس نصف زاويته الرأسية α ونصف قطر قاعدته R، منسوب إلى جملة مقارنة نظامية OXYZ مبدؤها O في رأس المخروط و OZ محور تناظره الهندسي، المطلوب حساب قيم مايلي:

$I_{ox}, I_{oy}, I_{oz}, x(C), y(C), z(C)$

ثم استخدم هويجنز في الحصول على قيم I_{cx}, I_{cy}, I_{cz}.

د. [illegible]

Scanned by CamScanner

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان الفصل الأول
٢٠١٣ — ٢٠١٤

الدرجة:
المدة:

س١ - اكتب رموز العبارات الصحيحة في كل مما يلي: (ملاحظة: قد نجد أكثر من إجابة صحيحة لكل سؤال)

١- إذا كانت الصفيحة الصلبة مستوية ومتجانسة ومتناظرة هندسياً بالنسبة لنقطة مثل O فإن مركز الكتل هو:

A - نقطة تختلف عن O. B - نقطة خارج مستوي الصفيحة. C - محور التناظر للصفيحة. D - كل ما سبق صحيح. E - نفس مركز التناظر الهندسي O لها.

٢- إذا كان الجسم الصلب متجانساً ومتناظراً هندسياً بالنسبة لمحور ما مثل OZ، حيث OXYZ جملة مقارنة نظامية فإن مركز الكتل هو، بشكل عام:

A - النقطة O. B - نقطة إحداثياتها $x \neq 0$، $z = y = 0$. C - نقطة إحداثياتها $x = y = 0$، $z \neq 0$. D - نقطة احداثياتها $z = 0$، $y \neq 0$، $x = 0$. E - كل ما سبق صحيح.

٣- إذا كان الجسم الصلب ثقيلاً فإن مركز ثقله (قرب سطح الأرض)، بشكل عام، هو:

A - نفس مركز الكتل. B - محور التناظر الهندسي. C - محور التناظر الديناميكي. D - مركز التناظر الهندسي. E - نقطة تختلف عن كل ما سبق.

٤- إذا كان الجسم S صلباً و OXYZ جملة مقارنة نظامية متماسكة معه فمن أجل I_0 يتحقق ما يلي:

A - $I_0 = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_{xz} + I_{yz})$. B - $I_0 = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$. C - $I_0 = (I_x + I_{yz} + I_{zx})$. D - $I_0 = I_{xy} + I_{yz} + I_{zx}$. E - الفقرتين A و C.

٥- مهما كان الجسم الصلب S و OXYZ جملة نظامية متماسكة معه فيتحقق:

A - $I_x + I_y < I_z$. B - $I_z - I_y < I_x$. C - $I_z - I_y \leqslant I_x$. D - $I_x + I_z \geqslant I_y$. E - كل ما سبق صحيح.

٦- إذا كانت الصفيحة المستوية صلبة و OXYZ متماسكة معها حيث OY يعامدها فيصح ما يلي:

A - $I_{xz} > 0$. B - $I_x + I_y = I_z$. C - $I_0 = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$. D - $I_x + I_z = I_y$. E - $I_{xz} = 0$.

س٢ - أجب عن أحد السؤالين:

I - إذا كان الجسم الصلب S يتحرك في فضاء جملة المقارنة النظامية الثابتة OXYZ، وسرعة نقطة مميزة O_1 منه هي: $\vec{V}(O_1/R) = 2b\vec{i} + b\vec{j}$ فما نقطة أخرى منه M، وعلماً أن $\overrightarrow{O_1M} = bt^2\vec{i} + 2bt\vec{j} + 3t^2\vec{k}$ وأن متجه الدوران للجسم حول O_1 هو: $\vec{\omega} = b\vec{i} + b^3\vec{j} + b\vec{k}$، حيث $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ متجهات الوحدة لجملة المقارنة الثابتة OXYZ والتي رمزنا لها بـ R. فأوجد $\vec{V}(M/R)$.

II - ارسم شكلاً هندسياً مناسباً لتوضيح توزع السرع في الحركة الدورانية للجسم الصلب حول محور ثابت منه مع الشرح المناسب.

س٣- إذا كان القضيب الصلب AB، الذي طوله $2l$، يتحرك في المستوي OXY بحيث ينزلق طرفه A على OX وطرفه B على OY فالمطلوب:

أ- ارسم الشكل المناسب وعين الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع القضيب

ب- أوجد المركز الآني لدوران القضيب بطريقة واحدة.

ج- أوجد منحني المتدحرج ومنحني القاعدة بطريقة واحدة.

س٤- إذا كانت الصفيحة $A_1A_2A_3A_4$ مستطيلة طولها $|A_1A_2| = |A_3A_4| = 2a$ وعرضها $|A_2A_3| = |A_1A_4| = a$، وكانت الجملة النظامية $OX_2Y_2Z_2$ متماسكة معها، حيث OZ_2 محور التناظر الهندسي لها والموازي لعرضها و OX_2 منطبق على استقامة الضلع A_1A_2 و OY_2 يعامدهما مباشرة، فالمطلوب:

أ- ارسم الشكل المناسب.

ب- أوجد I_{x_2} ، I_{y_2} ، I_{z_2} ، $P_{x_2y_2}$ ، $P_{y_2z_2}$ ، $P_{z_2x_2}$ علماً أن الصفيحة متجانسة وكتلتها m.

ج- إذا تحركت الصفيحة السابقة حول النقطة الثابتة منها O والواقعة في منتصف الضلع A_1A_2 وبفرض أن الضلع A_1A_2 يبقى في المستوي الثابت OXY حيث OXYZ جملة مقارنة نظامية ثابتة، فالمطلوب:

I- ١- ارسم الشكل المناسب وعين الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع الصفيحة.

II- أوجد مركبات $\vec{\omega}$ على محاور الجملة $OX_2Y_2Z_2$ وعلى محاور OXYZ.

III- أوجد سطح مخروط القاعدة وسطح مخروط المتدحرج علماً أن $\frac{\theta}{\varphi} = const$.

انتهت الأسئلة

جامعة البعث - كلية العلوم - قسم الرياضيات   ميكانيك2- ثالثة رياضيات -   الاسم:

أجب عن الأسئلة الثلاثة التالية:

السؤال الأول : (36):اختر الاجابة الصحيحة مما يلي:

1. تعين موضع مركز ... بالعلاقة: $\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i F_i}{F}$، حيث $\vec{r}_i$ متجه موضع A_i وهي نقطة تأثير القوة $\vec{F}_i$، $i=1,2,\dots,n$ و $\vec{F}$ حاصلة القوى المؤثرة على نقاط المجموعة و $\vec{r}_c$ متجه الموضع لمركز هذه المجموعة، عندما تكون القوى $\vec{F}_i$:
A. متقاطعة، B. متخالفة، C. متوازية، D. كل ما ذكر سابقا صحيح، E. كل ما ذكر سابقا خطأ.

2. مهما كان الجسم الصلب فإن العلاقة بين I_x و I_{xy} و I_{xz} و I_{yz} هي:
A. $I_x = I_{xy} + I_{yz}$، B. $I_x = I_{xz} + I_{yz}$، C. $I_x = 2(I_{xy} + I_{xz})$، D. $I_x = I_{xy} + I_{xz}$، E. كل ما سبق خطأ.

3. مهما كان الجسم الصلب فإن العلاقة بين I_O (O مبدأ جملة المقارنة) و I_{xy} و I_{yz} و I_{xz} و I_x و I_y و I_z هي:
A. $I_O = I_{xy} + I_{yz}$، B. $I_O = I_{yz} + I_{xz}$، C. $I_O = I_{xy} + I_x$، D. $I_O = I_{yz} + I_z$، E. $I_O = I_{xy} + I_z$.

4. مهما يكن الجسم الصلب فإن I_O (O مبدأ جملة المقارنة) تعطى بالعلاقة: A. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_y + I_x)$،
B. $I_O = 2(I_x + I_y + I_z)$، C. $I_O = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$، D. $I_O = 2(I_{xy} + I_{yz} + I_{zx})$، E. كل ما سبق خطأ.

5. مهما كان الجسم فإن I_O (O مبدأ جملة المقارنة) تعطى بالعلاقة: A. $I_O = 2(I_{xy} + I_{yz} + I_{zx})$، B. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_{yz} + I_{zx})$،
C. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_{yz} + I_x)$، D. $I_O = I_{xy} + I_y + I_z$، E. كل ما سبق خطأ.

6. إذا كان الجسم الصلب صفيحة مستوية، واقعة في المستوي Oxy، فإن العلاقة الصحيحة هي: A. $I_x + I_y = I_z$،
B. $I_x + I_z \le I_y$، C. $I_{xy} + I_{xz} < I_y$، D. $I_{xy} + I_y = I_z$، E. $I_x + I_y > I_z$.

7. إذا كانت S مجموعة مادية ما وتحققت من أجلها العلاقة: $\underset{AB}{pro}\,\vec{v}(A) = \underset{AB}{pro}\,\vec{v}(B)$ فإن هذا:
A. يقتضي أن S قد تكون متماسكة وقد لا تكون، B. يقتضي أن S متماسكة والعكس غير صحيح،
C. يقتضي أن S غير متماسكة، D. يقتضي أن S سائلة، E. يكافئ أن S متماسكة.

8. إذا كانت المجموعة المادية S متحركة وتحققت العلاقة: $\vec{v}(A) = \vec{v}(B)$ فإن هذا: A. لا يقتضي أن S متماسكة،
B. يقتضي أن S متماسكة وحركتها ليست انسحابية، D. كل ما سبق صحيح، E. يكافئ أن S متماسكة وحركتها انسحابية.

9. إذا تحرك الجسم الصلب في الفضاء R^3 فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. ثلاثة وسطاء مستقلة، B. وسيطين مستقلين،
C. تسعة وسطاء مستقلة، D. ستة وسطاء مستقلة، E. اثني عشر وسيطا مستقلا.

10. إذا تحرك الجسم الصلب حركة انسحابية في الفضاء R^3 فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. أربعة وسطاء مستقلة، B. خمسة وسطاء مستقلة، C. ستة وسطاء مستقلة، D. ثلاثة وسطاء مستقلة، هي احداثيات نقطة منه، E. ستة وسطاء مستقلة.

11. إذا تحرك الجسم الصلب في الفضاء R^3 وثبتنا منه نقطة فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. ستة وسطاء مستقلة، B. نقطة ثانية،
C. وسيط واحد مستقل، D. ثلاثة وسطاء مستقلة، E. كل ما سبق خطأ.

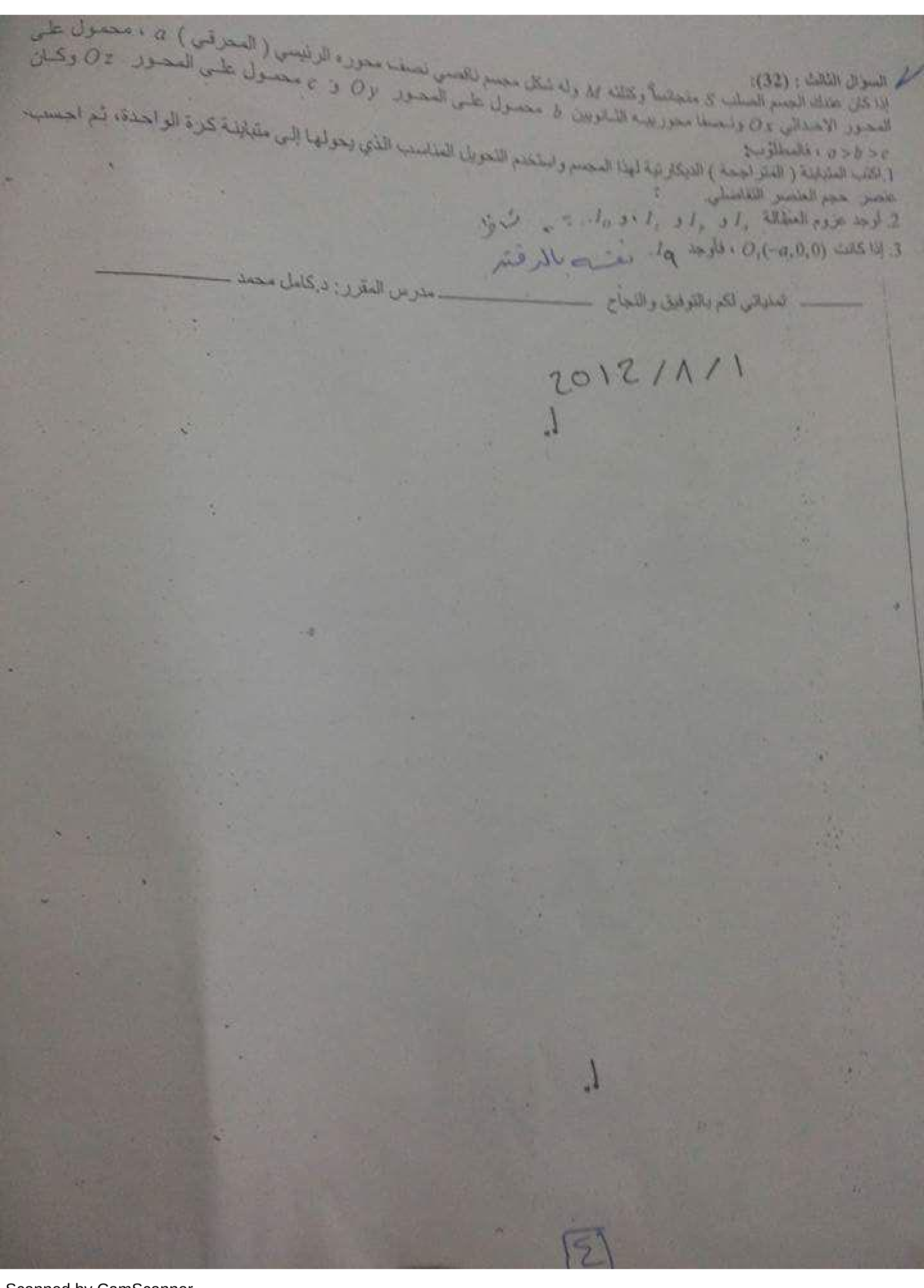
12. إذا ثبتنا من الجسم الصلب S نقطتين فإنه يتحرك حركة: A. عامة، B. انسحابية، C. دورانية حول نقطة منه، D. كل ما سبق صحيح، E. دورانية حول محور مار من النقطتين الثابتتين، ويتعين وضعها بوسيط مستقل وحيد هو زاوية الدوران حول المحور.

السؤال الثاني : (32):

نفترض أن مجموعة مادية مكونة من قضيبين صلبين، طول الأول $4L$، وطول الثاني $2L$ ، وأنها تتحرك في الفضاء R^2 ، علما أن القضيب الأول OO_1 متمفصلٌ في طرفه O بمفصل ثابت ، والقضيب الثاني متمفصلٌ في أحد طرفيه مع الطرف O_1 من الأول والطرف الآخر M من القضيب الثاني حراً، فالمطلوب مايلي:

1. ارسم الشكل المناسب موضحا فيه جملتي المقارنة الكافيتين لدراسة الحركة الجرية والنسبية والمطلقة للطرف الحر M (تركيب الحركات)، وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع هذه المجموعة.
2. أوجد $\vec{v}_r$ ، $\vec{v}_e$ ثم $\vec{v}_a$ (استخدم تركيب الحركات). سرعة M
3. أوجد $\vec{\Gamma}_r$ ، $\vec{\Gamma}_e$ و $\vec{\Gamma}_a$ (استخدم تركيب الحركات). تسارع M

9



السؤال الثالث : (32):

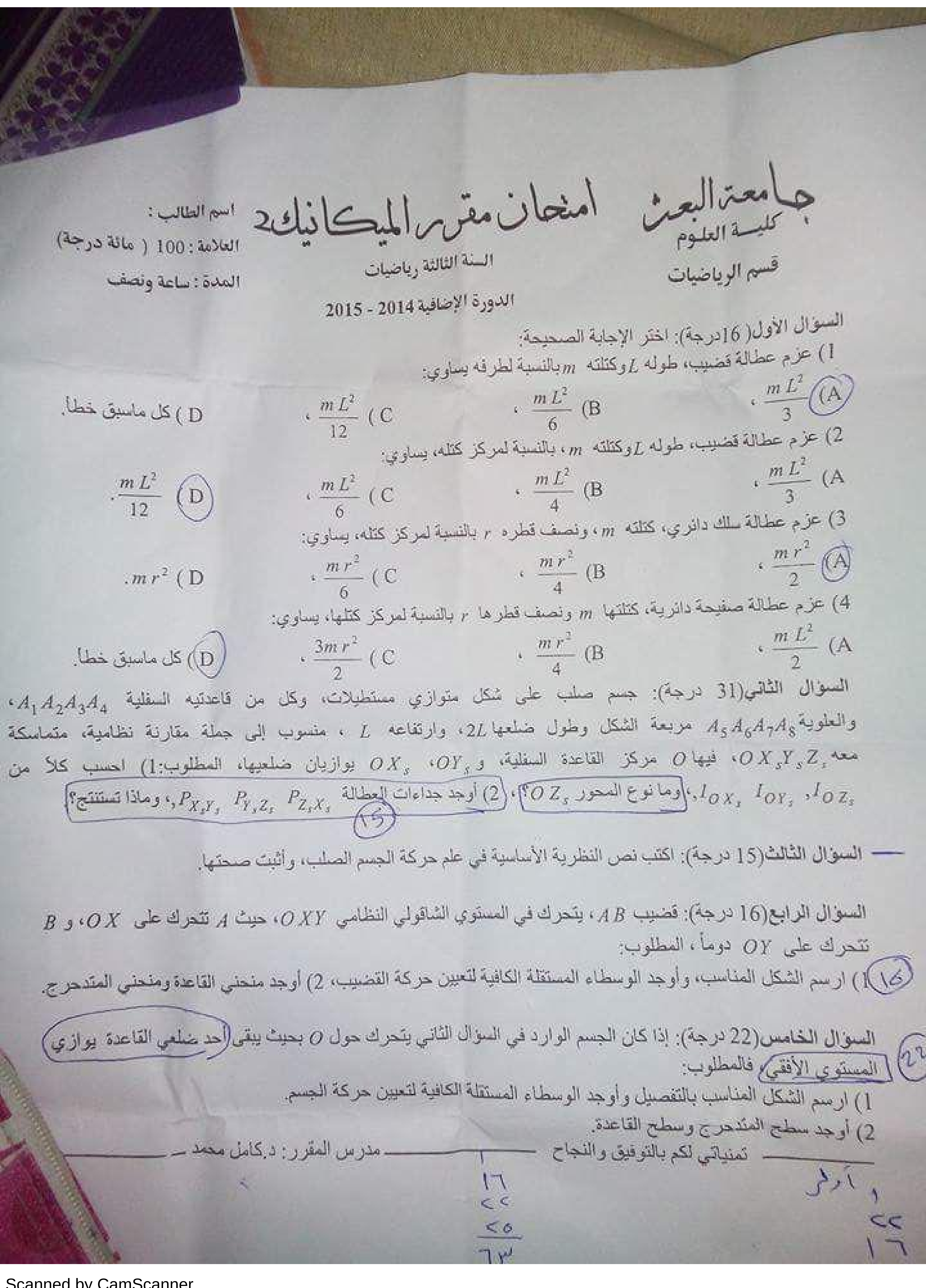
إذا كان عندك الجسم الصلب S متجانساً وكتلته M وله شكل مجسم ناقصي نصف محوره الرئيسي (المحرقي) a ، محمول على المحور الاحداثي Ox ونصفا محوريه الثانويين b محمول على المحور Oy و c محمول على المحور Oz وكان $a > b > c$ ، فالمطلوب:

1. اكتب المتباينة (المتراجحة) الديكارتية لهذا المجسم واستخدم التحويل المناسب الذي يحولها إلى متباينة كرة الواحدة، ثم احسب عنصر حجم العنصر التفاضلي.
2. أوجد عزوم العطالة I_x و I_y و I_z ، و I_O ...
3. إذا كانت $O_1(-a,0,0)$ ، فأوجد I_{O_1} نفسه بالدفتر

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ———— مدرس المقرر: د.كامل محمد

2012/٨/١

٤



جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

امتحان مقرر الميكانيك2

السنة الثالثة رياضيات

الدورة الإضافية 2014 - 2015

اسم الطالب :

العلامة : 100 (مائة درجة)

المدة : ساعة ونصف

السؤال الأول(16درجة): اختر الإجابة الصحيحة:

1) عزم عطالة قضيب، طوله L وكتلته m بالنسبة لطرفه يساوي:

A) $\frac{mL^2}{3}$ ، B) $\frac{mL^2}{6}$ ، C) $\frac{mL^2}{12}$ ، D) كل ماسبق خطأ.

2) عزم عطالة قضيب، طوله L وكتلته m ، بالنسبة لمركز كتله، يساوي:

A) $\frac{mL^2}{3}$ ، B) $\frac{mL^2}{4}$ ، C) $\frac{mL^2}{6}$ ، D) $\frac{mL^2}{12}$.

3) عزم عطالة سلك دائري، كتلته m ، ونصف قطره r بالنسبة لمركز كتله، يساوي:

A) $\frac{mr^2}{2}$ ، B) $\frac{mr^2}{4}$ ، C) $\frac{mr^2}{6}$ ، D) mr^2.

4) عزم عطالة صفيحة دائرية، كتلتها m ونصف قطرها r بالنسبة لمركز كتلها، يساوي:

A) $\frac{mL^2}{2}$ ، B) $\frac{mr^2}{4}$ ، C) $\frac{3mr^2}{2}$ ، D) كل ماسبق خطأ.

السؤال الثاني(31 درجة): جسم صلب على شكل متوازي مستطيلات، وكل من قاعدتيه السفلية $A_1A_2A_3A_4$، والعلوية $A_5A_6A_7A_8$ مربعة الشكل وطول ضلعها $2L$، وارتفاعه L ، منسوب إلى جملة مقارنة نظامية، متماسكة معه $OX_sY_sZ_s$، فيها O مركز القاعدة السفلية، و OY_s، OX_s يوازيان ضلعيها، المطلوب:1) احسب كلاً من I_{OZ_s}، I_{OY_s}، I_{OX_s}، وما نوع المحور OZ_s؟، 2) أوجد جداءات العطالة $P_{Z_sX_s}$ $P_{Y_sZ_s}$ $P_{X_sY_s}$، وماذا تستنتج؟

السؤال الثالث(15 درجة): اكتب نص النظرية الأساسية في علم حركة الجسم الصلب، وأثبت صحتها.

السؤال الرابع(16 درجة): قضيب AB ، يتحرك في المستوي الشاقولي النظامي OXY، حيث A تتحرك على OX، و B تتحرك على OY دوماً ، المطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب، وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين حركة القضيب، 2) أوجد منحني القاعدة ومنحني المتدحرج.

السؤال الخامس(22 درجة): إذا كان الجسم الوارد في السؤال الثاني يتحرك حول O بحيث يبقى أحد ضلعي القاعدة يوازي المستوي الأفقي، فالمطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب بالتفصيل وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين حركة الجسم.

2) أوجد سطح المتدحرج وسطح القاعدة.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ـــــ مدرس المقرر: د.كامل محمد

أجب عن الأسئلة الثلاثة التالية:

E6

السؤال الأول : (36): اختر الاجابة الصحيحة مما يلي:

1. تعين موضع مركز الكتل بالعلاقة: $\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i F_i}{F}$ ، حيث $\vec{r}_i$ متجه موضع A_i وهي نقطة تأثير القوة $\vec{F}_i$ ، $i = 1,2,\dots,n$ و $\vec{F}$ حاصلة القوى المؤثرة على نقاط المجموعة و $\vec{r}_c$ متجه الموضع لمركز هذه المجموعة، عندما تكون القوى $\vec{F}_i$:
A. متقاطعة، B. متخالفة، C. متوازية، D. كل ما ذكر سابقاً صحيح ، E. كل ما ذكر سابقاً خطأ.

2. مهما كان الجسم الصلب فإن العلاقة بين I_z و I_{xy} و I_{xz} و I_{yz} هي:
A. $I_z = I_{xx} + I_{yz}$ ، B. $I_z = I_{xz} + I_{yz}$ ، C. $I_z = 2(I_{xy} + I_{xz})$ ، D. $I_z = I_{xy} + I_{xz}$ ، E. كل ما سبق خطأ.

3. مهما كان الجسم الصلب فإن العلاقة بين I_O (O مبدأ جملة المقارنة) و I_{xy} و I_{yz} و I_{xz} و I_x و I_y و I_z ، هي:
A. $I_O = I_{xy} + I_{yz}$ ، B. $I_O = I_{xz} + I_{xz}$ ، C. $I_O = I_{xy} + I_y$ ، D. $I_O = I_{yz} + I_z$ ، E. $I_O = I_{xy} + I_z$.

4. مهما يكن الجسم الصلب فإن I_O (O مبدأ جملة المقارنة) تعطى بالعلاقة: A. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_y + I_x)$ ،
B. $I_O = 2(I_x + I_y + I_z)$ ، C. $I_O = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z)$ ، D. $I_O = 2(I_{xy} + I_{yz} + I_{zx})$ ، E. كل ما سبق خطأ.

5. مهما كان الجسم فإن I_O (O مبدأ جملة المقارنة) تعطى بالعلاقة: A. $I_O = 2(I_{xy} + I_{xz} + I_{zx})$ ، B. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})$ ،
C. $I_O = \frac{1}{2}(I_{xy} + I_{yz} + I_x)$ ، D. $I_O = I_{xy} + I_{yz} + I_z$ ، E. كل ما سبق خطأ.

6. إذا كان الجسم الصلب صفيحة مستوية، واقعة في المستوي Oxy، فإن العلاقة الصحيحة هي: A. $I_x + I_y \neq I_z$ ،
B. $I_x + I_z \leq I_y$ ، C. $I_{xy} + I_{xz} < I_x$ ، D. $I_{xy} + I_y = I_z$ ، E. $I_x + I_y > I_z$.

7. إذا كانت S مجموعة مادية ما وتحققت من أجلها العلاقة: $\underset{AB}{pro}\,\vec{v}(A) = \underset{AB}{pro}\,\vec{v}(B)$ فإن هذا:
A. يقتضي أن S قد تكون متماسكة وقد لا تكون، B. يقتضي أن S متماسكة والعكس غير صحيح ،
C. يقتضي أن S غير متماسكة D. يقتضي أن S سائلة، E. يكافئ أن S متماسكة.

8. إذا كانت المجموعة المادية S متحركة وتحققت العلاقة: $\vec{v}(A) = \vec{v}(B)$ فإن هذا: A. لا يقتضي أن S متماسكة ،
B. يقتضي أن S متماسكة وحركتها ليست إنسحابية ، D. كل ما سبق صحيح، E. يكافئ أن S متماسكة وحركتها انسحابية.

9. إذا تحرك الجسم الصلب في الفضاء R^3 فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. ثلاثة وسطاء مستقلة ، B. وسيطين مستقلين،
C. تسعة وسطاء مستقلة ، D. ستة وسطاء مستقلة، E. اثني عشر وسيطاً مستقلاً.

10. إذا تحرك الجسم الصلب حركة انسحابية في الفضاء R^3 فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. أربعة وسطاء مستقلة، B. خمسة وسطاء مستقلة ، C. ستة وسطاء مستقلة ، D. ثلاثة وسطاء مستقلة، هي احداثيات نقطة منه، E. ستة وسطاء مستقلة.

11. إذا تحرك الجسم الصلب في الفضاء R^3 وثبتنا منه نقطة فإن وضعه يتعين بمعرفة: A. ستة وسطاء مستقلة، B. نقطة ثابتة،
C. وسيط واحد مستقل، D. ثلاثة وسطاء مستقلة ، E. كل ما سبق خطأ.

12. إذا ثبتنا من الجسم الصلب S نقطتين فإنه يتحرك حركة: A. عامة، B. انسحابية، C. دورانية حول نقطة منه، D. كل ما سبق صحيح، E. دورانية حول محور مار من النقطتين الثابتتين، ويتعين وضعها بوسيط مستقل وحيد هو زاوية الدوران حول المحور.

السؤال الثاني : (32):

نفترض أن مجموعة مادية مكونة من قضيبين صلبين، طول الأول $4L$، وطول الثاني $2L$ ، وأنها تتحرك في الفضاء R^3، علماً أن القضيب الأول OO_1 متمفصل في طرفه O بمفصل ثابت ، والقضيب الثاني متمفصل في أحد طرفيه مع الطرف O_1 من الأول والطرف الآخر M من القضيب الثاني حر، فالمطلوب مايلي:

1. ارسم الشكل المناسب موضحاً فيه جملتي المقارنة الكافيتين لدراسة الحركة الجرية والنسبية والمطلقة للطرف الحر M (تركيب الحركات)، وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع هذه المجموعة.
2. أوجد $\vec{v}_e$ ، $\vec{v}_r$ ثم $\vec{v}_a$ (استخدم تركيب الحركات).
3. أوجد $\vec{\Gamma}_e$ ، $\vec{\Gamma}_r$ و $\vec{\Gamma}_a$ (استخدم تركيب الحركات).

جامعة البعث — امتحان مقرر الميكانيك ٢

كليـــة العلوم
قسم الرياضيات

اسم الطالب : علا ع...
العلامة : 100 (مائة درجة
المدة : ساعة ونصف

السنة الثالثة رياضيات
الفصل الأول 2014 - 2015

(12) السؤال الأول : أجب عن أحد السؤالين التاليين:
1. عرف عزم عطالة مجموعة مادية بالنسبة إلى نقطة معينة، ثم اكتب العلاقة الموافقة لحالة جسم صلب بالنسبة لنفس النقطة.
- عرف نصف قطر العطالة – عرف محور التناظر الديناميكي.
2. اكتب نص ثلاث من خصائص عزوم عطالة جسم صلب منسوب إلى جملة مقارنة ثلاثية متعامدة.

(17) السؤال الثاني : أجب عن أحد السؤالين التاليين: 1. احسب السرعة المطلقة لنقطة M . 2. احسب التسارع المطلق لنقطة M

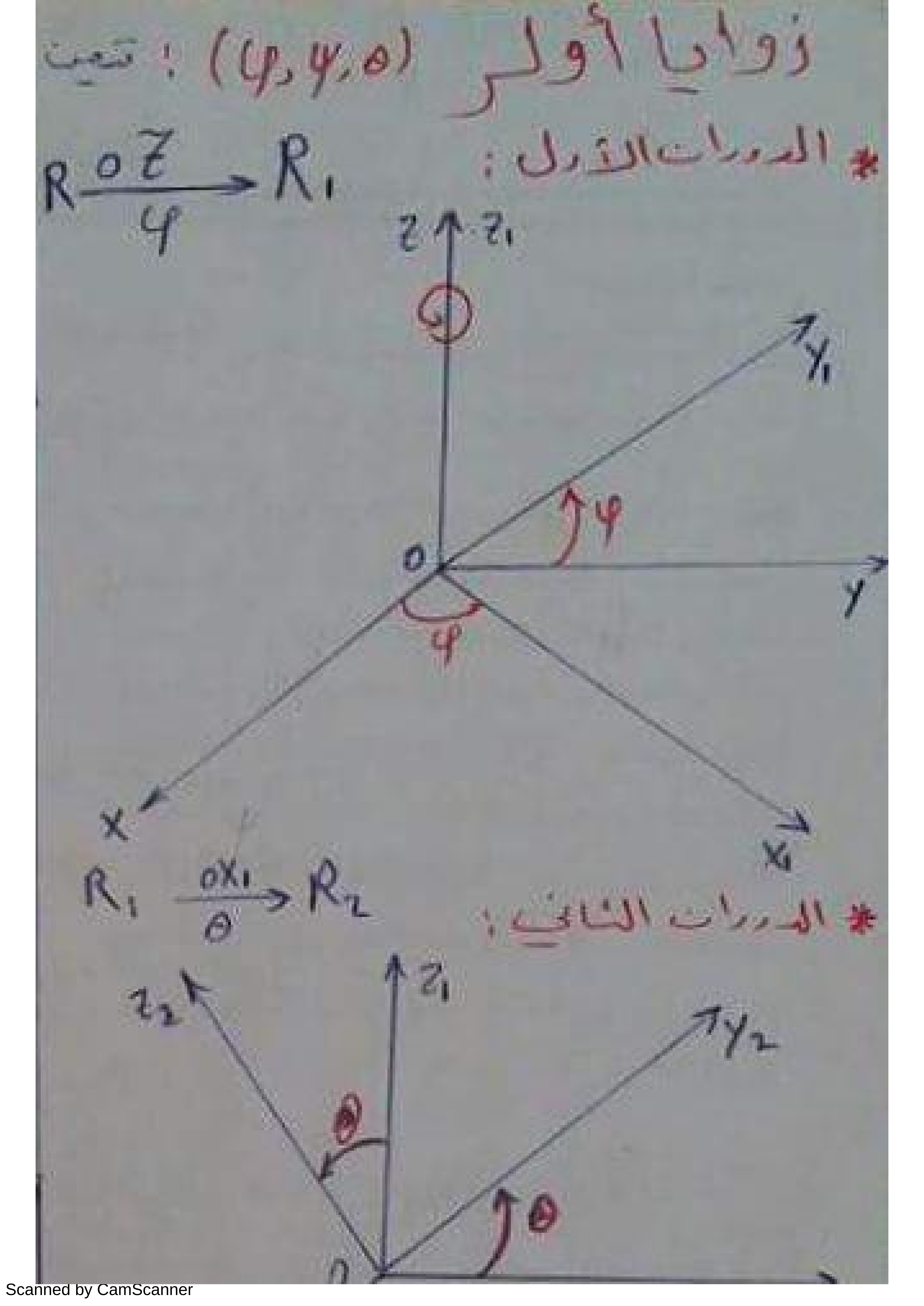
(7) السؤال الثالث : إذا كان الجسم الصلب صفيحة دائرية متجانسة نصف قطرها واحدة الأطوال، فأوجد I_G ، حيث G مركز كتلها، ثم عزم عطالتها بالنسبة لقطرها، واحسب I_O حيث O نقطة من محيط الصفيحة.

(9) السؤال الرابع : إذا كان الجسم الصلب كرة متجانسة ونصف قطرها واحدة الأطوال ومركزها G ، فاحسب I_G ، ثم استنتج عزم عطالتها بالنسبة لمستو مركزي في الكرة.

(20) السؤال الخامس : أجب عن أحد السؤالين التاليين:
1. **(حل هذه المسألة مستفيداً من نتائج س4 دون إجراء أي عملية تكاملية، واي حل بطريقة أخرى يعتبر خاطئاً)** إذا كان الجسم الصلب مجسماً ناقصياً متجانساً منسوباً لجملة المقارنة $GXYZ$ ، حيث G مركز كتل الجسم، وأنصاف محاوره $a>b>c$ ، فاحسب كلاً من I_G ، I_{GXY} ، I_{GYZ} ، I_{GXZ} ، ثم أوجد كلاً من I_O ، I_{OXY} ، I_{OYZ} ، I_{OXZ} ، حيث $O(0,-b,0)$ في $GXYZ$ و $OX // GX$ و $OZ // GZ$.
2. **إذا كان الجسم الصلب المتحرك قرصاً دائرياً نصف قطره** r ، يتدحرج بدون انزلاق على المحيط الداخلي لسلك ثابت نصف قطره R ، حيث $R>r$ ، فالمطلوب: - ارسم الشكل المناسب وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع القرص. – عين المركز الآني للدوران بما لا يزيد عن سطرين. – عين كلاً من المنحني المتدحرج والمنحني القاعدة، معللاً إجابتك بما لايزيد عن سطرين.

(35) السؤال السابع : إذا كان الجسم الصلب المتحرك مخروطاً دورانياً يتحرك حول رأسه الثابت بحيث يبقى محور تناظره دوماً في المستوي الأفقي، فالمطلوب:
1. ارسم الشكل المناسب وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع المخروط.
2. أوجد السطح المتدحرج واذكر صفاته.
3. أوجد السطح القاعدة واذكر صفاته.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح — مدرس المقرر: د.كامل محمد



زوايا أولر (ψ,φ,θ) :
* الدوران الأول :
$R \xrightarrow[\psi]{OZ} R_1$
z
z_1
y_1
O
y
x
x_1
ψ
* الدوران الثاني :
$R_1 \xrightarrow[\theta]{OX_1} R_2$
z_2
z_1
y_2
θ

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الميكانيك ٢
السنة الثالثة رياضيات
الفصل الثاني 2013 - 2014

اسم المادة:
العلامة: 100 (مائة درجة)
المدة: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (الدرجة 36)

إذا فرضنا أن الجسم الصلب سلك متجانس بشكل قوس من منحني دائري نصف قطره R وكتلته M، كما في الشكل المحاور، حيث $OXYZ$ جملة ديكارتية متعامدة، فالمطلوب:

1) أوجد إحداثيات G (مركز كتل السلك).
2) أثبت أن OX , OY , OZ محاور أساسية للعطالة.
3) أثبت أن OZ محور تناظر ديناميكي للسلك.
4) أوجد I_{OZ}.
5) أوجد I_{GZ}، حيث $GZ \parallel OZ$.
6) أوجد المعادلة الديكارتية لسطح مجسم ناقص العطالة.

Y
O
X

السؤال الثاني (الدرجة 32)

إذا فرضنا أن الجسم الصلب قضيب AB طوله L، يتحرك في المستوي OXY، حيث تتحرك A على OX، وتتحرك B على OY، فالمطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب وعيِّن الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع هذا الجسم.
2) أوجد المركز الآني للدوران في المستوي المتماسك مع الجسم ثم في المستوي الثابت.
3) أوجد منحني المتدحرج ثم منحني القاعدة وعين عناصرهما.

السؤال الثالث (الدرجة 32) دورانية

إذا فرضنا أن الجسم الصلب قضيب OA يتحرك في الفضاء الثلاثي الثابت حول طرفه الثابت O، فالمطلوب:

1) ارسم الشكل المناسب، حيث OZ_s ينطبق على استقامة القضيب وعين الوسطاء الكافية لتعيين موضعه.
2) أوجد المحور الآني للدوران في الفضاء المتماسك مع الجسم ثم في الفضاء الثابت.
3) أوجد سطح المتدحرج ثم سطح القاعدة.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح — مدرس المقرر: د.كامل محمد

السؤال الرابع دورة 2013 ← 14

... الجسم الصلب S يتحرك في الفضاء الثابت $(R_0 OXYZ)$ وكانت O_s نقطة من S ... $\vec{V}(O_s|R) = PL(\vec{I}_s + 2 ...$ و M نقطة أخرى من S حيث $\overrightarrow{O_sM} = L(\vec{I}_s + \vec{J}_s)$ ومتجه دوران ... حول هو $\vec{\omega} = P(\vec{I}_s + \frac{\vec{J}_s}{2} + \frac{\vec{K}_s}{3})$ المطلوب أوجد $\vec{V}(M|R)$

$V(O_s) + \omega \wedge \overrightarrow{O_sM}$

السؤال الأول

العلاقة الأساسية المناسبة لحساب كل من السرعة والتسارع للنقطة M من الجسم S في كل من حالات حركته ...
كما يأتي: الجسم S في الفضاء الثلاثي حركة دورانية حول محور ثابت
" " يتحرك " " حركة مستوية في مستوي OXY
" " " " " " دورانية حول نقطة ثابتة M

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الدورة الثانية
٢٠١٢ - ٢٠١٣
مقرر الميكانيك ٢

[8] س١: OA قضيب متجانس كتلته m وطوله l، و OX محور ينطبق على استقامته دائماً أثبت أن القضيب متناظر ديناميكاً بالنسبة لـ OX مع رسم الشكل المناسب.

[8] س٢: عرف المجموعات التالية: المجموعة المتماسكة - الجسم الصلب.

[28] س٣: أثبت صحة المبرهنة:

إذا تحركت المجموعة المادية في الفضاء كمجموعة متماسكة فإن ذلك يكافئ

$$pro_{AB}\vec{V}(A) = pro_{AB}\vec{V}(B) \quad \forall A, B \in S$$

[28] س٤: AB قضيب متجانس طوله l يتحرك نهايتاه A و B على المحورين المتعامدين OX و OY بالترتيب. المطلوب:

أ- ارسم الشكل المناسب وعيّن الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع القضيب

ب- أوجد سرعة النقطة B بطريقتين، وذلك بدلالة الوسطاء المستقلة.

ج- أوجد إحداثيي نقطة M من القضيب تبعد عن A مسافة قدرها $|AM| = \lambda$

أوجد مسار M واستنتج سرعتها.

د- أوجد مساحة المثلث OAB ثم أوجد قيمة الوسيط المستقل عندما تكون مساحته عظمى.

[28] س٥: $OABC$ صفيحة مربعة الشكل طول ضلعها l ومتجانسة وكتلتها m.

إذا كان المحوران OY و OX ينطبقان على الضلعين OC و OA بالترتيب و OZ يتعامد معهما مباشرة، فالمطلوب ارسم الشكل المناسب ثم أجب على ما يلي:

أ- احسب I_{ox} و I_{oy} و I_{oz}.

ب- احسب P_{xy} و P_{xz} و P_{yz}.

ج- أي المحاور أساسية للعطالة ولماذا؟

د- أي المحاور محور تناظر ديناميكي للصفيحة ولماذا؟

أرجو لكم النجاح الدائم

مدرس المقرر: د. [illegible]

جامعة البعث
كليـــة العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الميكانيك2

السنة الثالثة رياضيات

الفصل الثاني 2014 - 2015

اسم الطالب :

العلامة : 100 (مائة درجة)

المدة : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (8):

املأ الفراغات التالية:

أ) تكون محاور الجملة $OX_sY_sZ_s$ أساسية لعطالة الجسم S، إذا كان ... ...

ب) يكون المحور OZ_s محور تناظر ديناميكي للجسم S، إذا كان ...

السؤال الثاني (9):

إذا كانت الصفيحة في الشكل المجاور مربعة، طول ضلعها L ، ومتجانسة، كتلتها M ، و OZ_s يعامد مستويها مباشرةً ، فالمطلوب:

أ) هل محاور الجملة $OX_sY_sZ_s$ أساسية للعطالة؟ (علل إجابتك).

ب) هل OZ_s محور مركزي لعطالة الصفيحة؟ (علل إجابتك).

ج) هل OZ_s محور تناظر ديناميكي للصفيحة؟ (علل إجابتك).

السؤال الثالث (24) :

إذا كان الجسم كرة صلبة متجانسة، كتلتها m ، ونصف قطرها a ، منسوبة للجملة $GX_sY_sZ_s$ ، حيث G مركز الكتل، فالمطلوب:

أ)حساب I_G . ب) حساب كل من $I_{GX_sY_s}$ و I_{GX_s} ، دون إجراء عمليات تكامل.

ج) خذ جملة جديدة متماسكة مع الكرة، مبدؤها O ، يقع على سطح الكرة، بحيث OZ_s يمر من مركز الكتل G ، ثم أجب عن التالي:

أَ) هل محاور الجملة $OX_sY_sZ_s$ أساسية للعطالة؟ (علل إجابتك دون إجراء أي مكاملة).

بَ) هل OZ_s محور تناظر ديناميكي للكرة؟ (علل إجابتك دون إجراء أي مكاملة).

السؤال الرابع (24):

إذا كانت الصفيحة الصلبة $ABCD$ مستطيلة الشكل، طولها $AD = BC = 2L$ ، وعرضها $AB = DC = L$ ، تتحرك تحت تأثير ثقلها في المستوي الشاقولي OXY ، بحيث تبقى A ملازمة للمحور الأفقي OX وتبقى D ملازمة للمحور الشاقولي OY ،فالمطلوب:

أ)أوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع الصفيحة، مع الرسم المناسب.

ب) انشئ المركز الآني للدوران ، ثم أوجد إحداثياته الديكارتية في كل من الجملتين R و R_s ، (A مبدأ R_s)، بدلالة الوسطاء المستقلة، مستفيداً من الشكل الذي رسمته.

السؤال الخامس (35):

إذا تحركت كرة صلبة حول نقطة ثابتة O من سطحها، بحيث يبقى أحد أقطارها فقط يوازي المستوي الأفقي، فالمطلوب:

أ) أوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين موضع الكرة، مع الرسم المناسب.

ب) أوجد سطح مخروط القاعدة.

ج) أوجد سطح مخروط المتدحرج.

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

مدرس المقرر: د.كامل محمد